UNIVERSIDAD NACIONAL DE INGENIERIA
Facultad de Ingeniería Industrial y de Sistemas
DEPARTAMENTO DE CIENCIAS BÁSICAS

CURSO	:	GEOMETRÍA ANALÍTICA	CICLO	:	2025 - 1
CODIGO	:	FB101			
DOCENTE	:	R. ACOSTA, R. VASQUEZ, A. BONIFACIO, J. ECHEANDIA	FECHA	:	04/07/2025

EXAMEN FINAL

1. En un triángulo ABC obtuso en B, sentido horario, ortocentro $H = (a, 2q)$, circuncentro O en el origen de coordenadas, A y B en el segundo cuadrante y C en el primer cuadrante. Se traslada el origen de coordenadas a un punto $P_0 = (b, q)$ en el segundo cuadrante y se rota en la dirección y sentido del vector $\vec{u} = (u_1, u_2)$, $u_1 > 0$, $u_2 > 0$ obteniéndose un nuevo sistema $X'Y'$, tal que $B \in (X')^-$, $O \in (Y')^-$, $H \in (Y')^+$, $D \in (X')^-$, $m\measuredangle CBP_0 = m\measuredangle DBA$, la recta que pasa por los puntos D, A y C no cruz el tercer y cuarto cuadrante. Si $\overline{HC} \cap (X')^+ = \{N\}$ y N en el sistema $X'Y'$ es $N' = (5, 0)$, halle las coordenadas de O en el sistema $X'Y'$. **(5 puntos)**

negativa

2. Sea $\mathcal{P}$ una parábola con foco F, vértice $V = \left(\frac{3}{2}, 7\right)$ y eje focal L_E de pendiente positiva. Si $\mathcal{P}$ pasa por los puntos $(0, a)$, $(0, -a)$ y $\left(\frac{3}{2}, -13\right)$, halle la ecuación vectorial de $\mathcal{P}$. **(5 puntos)**

3. $\mathcal{E} = \left\{F_0 + x'\vec{u} + y'\vec{u}^{\perp} \;/\; \frac{x'^2}{a^2} + \frac{y'^2}{b^2} = 1\right\}$ es una elipse con eje focal $L_E = \{(1, 0) + t\vec{u}\}$, $u_1 > 0$, $u_2 > 0$, focos F_1 y F_2, vértices V_1, V_2, $comp_{(1,0)}\overrightarrow{V_1V_2} > 0$, L_{D_1} es una recta directriz relativa a V_1, $L = \{(3, 1) + t\vec{v}\}$ es una recta que pasa por F_1 e interseca a L_{D_1} en A, de manera que L en $X'Y'$ es $L' = \{A' + t(3, 1)\}$. $L_{T_1} = \{P + t(3, -1)\}$ y $L_{T_2} = \{P + t(1, m)\}$ son rectas tangentes a $\mathcal{E}$ en T y Q respectivamente tal que $comp_{\overrightarrow{V_1V_2}}\overrightarrow{TQ} > 0$, $comp_{\overrightarrow{V_1V_2}^{\perp}}\overrightarrow{TQ} < 0$, L_{D_1} interseca a L_{T_1} y a L_{T_2} en N y W respectivamente, siendo $\overrightarrow{WT}.\overrightarrow{NQ} = 0$, $comp_{\overrightarrow{V_1V_2}^{\perp}}\overrightarrow{V_1Q} < 0$, $comp_{\overrightarrow{V_1V_2}^{\perp}}\overrightarrow{NW} < 0$, $\overrightarrow{AT}.\overrightarrow{NW} = 0$, $|\overrightarrow{NP}| = \sqrt{10}$, $|\overrightarrow{NQ}| = 4$, $|\overrightarrow{WP}| = |\overrightarrow{PQ}|$. Halle la ecuación vectorial de $\mathcal{E}$. **(5 puntos)**

4. Sea $\mathcal{H}$ una hipérbola con centro F_0 en el tercer cuadrante, vértices V_1, V_2, eje foca L_E, asíntotas A_1, A_2 respectivamente. Considere los puntos B y E de A_1, A_2 respectivamente; tal que los puntos F_0, E, B forman un triángulo sentido horario recto en E. $L_E \cap \overline{EB} = \{M\}$, $L_T = \{M + t\vec{v}\}$ es una recta tangente a $\mathcal{H}$ en T. Además, $L_T \cap \overline{F_0B} = \{C\}$, $|\overrightarrow{F_0C}| = 2|\overrightarrow{CB}|$, $m\measuredangle F_0MC = 45°$; N es un punto de L_T tal que $comp_{\overrightarrow{F_0M}}\overrightarrow{F_0N} = 5\sqrt{5}$, $comp_{\overrightarrow{F_0M}^{\perp}}\overrightarrow{F_0N} = \sqrt{5}$ y los puntos $(3, -2)$, $(0, -1)$ y $(-1, 0)$ pertenecen a A_1, L_E y A_2 respectivamente. Determine la ecuación vectorial de la hipérbola $\mathcal{H}$. **(5 puntos)**

Los profesores.