UNIVERSIDAD NACIONAL DE INGENIERIA

Facultad de Ingeniería Industrial y de Sistemas

DEPARTAMENTO DE CIENCIAS BÁSICAS

CURSO	:	GEOMETRÍA ANALÍTICA	CICLO	:	2023 - II
CODIGO	:	FB101			
DOCENTE	:	R. ACOSTA, R. VASQUEZ, A. BONIFACIO, R. CHUNG	FECHA	:	15/12/23

EXAMEN FINAL

1. El origen O de coordenadas XY se traslada al punto P_0 del primer cuadrante y se rotan los ejes coordenados en la dirección del vector $\overline{u}$ de componentes positivas, obteniéndose el sistema $X'Y'$. Las rectas $L_1 = \{A + t(1,-m)\}$, $m > 0$ y $L_2 = \{B + t(1,0)\}$ en el sistema $X'Y'$ están dadas por $L_1' = \{B' + t(1,-3m)\}$ y $L_2' = \{C' + t(2,-3m)\}$. Si $B' = (0,b)$, $b > 0$, $A' = (a,0)$, $a > 0$, $C = (9,7)$, con $C' = (c,0)$, $c > 0$ y $|\overline{BP_0}| = \sqrt{5}$, halle P_0 y $\overline{u}$.
(5 puntos)

2. En un pentágono convexo $ABCDE$ sentido horario, se circunscribe una circunferencia C de centro O tal que $\overline{AC} \cap \overline{BE} = \{P\}$, $\overline{BD} \cap \overline{EC} = \{Q\}$, $L_1 = \{(10,2) + t(1,-1)\}$ contiene a $\overline{AD}$ y $L_2 = \{(5,3) + t(2,1)\}$ contiene a $\overline{EC}$ y L_3 es una recta que contiene a $\overline{PQ}$, $d(B,L_3) = \frac{9\sqrt{2}}{2}$, $d(D,L_3) = \frac{5\sqrt{2}}{2}$, $N = (7,5) \in \overline{EO}$. Si $B = (11,15)$ y $D = (11,1)$, halle la ecuación de C.
(5 puntos)

3. Sea $\mathcal{E}$ una elipse con centro F_0, focos F_1, F_2, vértices V_1, V_2, eje focal L_F de pendiente positiva tal que $comp_{(1,0)}\overline{F_1V_2} > 0$, $L = \{V_2 + t\overline{u}^{\perp}\}$ y N es un punto en la prolongación del eje menor de $\mathcal{E}$, tal que, $comp_{\overline{F_1V_2}^{\perp}}\overline{F_1N} > 0$. Además $\overline{F_1N} = \overline{NQ}^{\perp}$, siendo Q un punto de L y $\overline{NQ}$ tangente a $\mathcal{E}$ en $T = \left(\frac{36}{5}, \frac{48}{5}\right)$, la prolongación de $\overline{NQ}$ intersecta a L_F en el punto P. Si $\overrightarrow{TF_2} = \left(\frac{9}{5}, -\frac{18}{5}\right)$ y $R = (-1,6)$ es un punto de $\overline{NF_0}$, adicionalmente $\overline{NR}$ es paralelo a $\overrightarrow{TF_2}$. Determine la coordenada del punto P y la ecuación vectorial de $\mathcal{E}$.
(5 puntos)

4. $\mathcal{H}$ es una hipérbola con centro F_0, vértice V_1, V_2 tal que $comp_{(1,0)}\overline{V_1V_2} > 0$, eje focal L_F de pendiente negativa que no cruz el primer cuadrante, en donde una de sus asíntotas es el eje X. L_T es una recta de pendiente positiva tangente a $\mathcal{H}$ en $T = (0,540)$, $L_T \cap L_F = \{A\}$, siendo $A = (-176,108)$. Además, L es una recta que pasa por T y es perpendicular a L_F. Si el origen de coordenadas O dista de L_F y L en d_1 y d_2 respectivamente y $\frac{d_2}{d_1} = \frac{108}{19}$, halle la ecuación vectorial de $\mathcal{H}$.
(5 puntos)

Los profesores.