UNIVERSIDAD NACIONAL DE INGENIERIA

Facultad de Ingeniería Industrial y de Sistemas

DEPARTAMENTO DE CIENCIAS BÁSICAS

CURSO	:	GEOMETRÍA ANALÍTICA	CICLO	:	2022 - II
CODIGO	:	FB101			
DOCENTE	:	R. ACOSTA, R. VASQUEZ, A. BONIFACIO	FECHA	:	06/01/23

EXAMEN FINAL

1. Dado un triángulo ABC donde se verifica la siguiente expresión:

$$\frac{\overrightarrow{AH}}{2} + \overrightarrow{HB} = -\frac{1}{2}(17, -19)$$

Además, $H = (-4,2)$ es el ortocentro del triángulo; la coordenada del vértice $A = (11, -3)$. Si se realiza una traslación del origen de coordenadas al punto C y luego se rota un *ángulo* θ, (θ agudo), de modo que el eje X' divide al triángulo ABC en dos regiones de áreas iguales, determine la ecuación de la circunferencia circunscrita al triángulo ABC en el sistema de coordenadas $X'Y'$.

(5 puntos)

2. Dada una parábola $\mathcal{P}$ con foco $F = (3, 2)$, recta directriz L_D y el eje focal con pendiente positiva, además L_T: $y = 3x + 3$ es una recta tangente a $\mathcal{P}$. Si se verifica que $\overrightarrow{QF} = \lambda(7, 1)$ (λ es un número real), donde $\{Q\} = L_T \cap L_D$, determine la ecuación vectorial de la $\mathcal{P}$.

(5 puntos)

3. $\mathcal{E}$ es una elipse con centro F_0, eje focal $L_\mathcal{E} = \{(1, -7) + t\vec{u}\}$ de pendiente negativa, vértices V_1, V_2, focos F_1, F_2, $comp_{(1,0)}\overrightarrow{F_1F_2} > 0$ y longitud de lado recto $\frac{64\sqrt{2}}{5}$. Desde un punto A se traza la recta $L = \{(11, -1) + t(-1, 1)\}$ tangente a $\mathcal{E}$ en T tal que $comp_{\overrightarrow{F_1F_2}}\overrightarrow{F_0A} > 0$, $comp_{\overrightarrow{F_1F_2}^{\perp}}\overrightarrow{F_0A} > 0$, $|\overrightarrow{AV_2}| = |\overrightarrow{F_0V_2}|$, $|\overrightarrow{AV_2}| - |\overrightarrow{AT}| = \frac{1}{2}|\overrightarrow{F_1F_2}|$, B es un extremo del eje menor tal que $comp_{\overrightarrow{F_1F_2}^{\perp}}\overrightarrow{V_1B} < 0$, $\frac{\overrightarrow{2T}\cdot\overrightarrow{AV_1}}{\overrightarrow{F_1B}\cdot\overrightarrow{F_1F_0}} = -\frac{2|\overrightarrow{AT}|}{|\overrightarrow{F_1F_2}|}$ y el punto $C = (11, -9)$ es punto medio de $\overline{AV_2}$. Halle la ecuación vectorial de $\mathcal{E}$.

(5 puntos)

4. $\mathcal{H}$ es una hipérbola con eje focal L_E; focos F_1, F_2; vértices V_1, V_2; $L_T = \{t\vec{v}\}$ es una recta tangente a $\mathcal{H}$ en T tal que $comp_{(1,0)}\overrightarrow{F_1T} > 0$, $L_{F_1T} = \{(9,124) + t(9,-40)\}$ contiene a $\overline{F_1T}$ y $L_{V_1T} = \{(20,64) + r(1,-4)\}$ contiene a $\overline{V_1T}$. Si $d(F_2, L_T) = \frac{180\sqrt{41}}{41}$ y $A = (-5,0)$ es un punto de la recta directriz L_{D_2} relativo a F_2, halle la ecuación vectorial de $\mathcal{H}$.

(5 puntos)

Los profesores.