UNIVERSIDAD NACIONAL DE INGENIERIA

Facultad de Ingeniería Industrial y de Sistemas

DEPARTAMENTO DE CIENCIAS BÁSICAS

CURSO	**:**	**GEOMETRÍA ANALÍTICA**	**CICLO**	**:**	**2022 - I**
CODIGO	**:**	**FB101**			
DOCENTE	**:**	**R. ACOSTA, R. VASQUEZ, L. KALA, V. MONCADA**	**FECHA**	**:**	**05/08/22**

EXAMEN FINAL

1. Sea la parábola $\mathcal{P}$ con foco $F = (2, 4)$, eje focal con pendiente m, $0 < m < 4/3$, L_T: $4x - 3y + 29 = 0$ es una recta tangente a $\mathcal{P}$ en T. Si $\overrightarrow{FT} \parallel (2, 11)$, halle la ecuación vectorial de $\mathcal{P}$.

(5 puntos)

2. $\mathcal{E}$ es una elipse con centro F_0, focos F_1, F_2, eje focal $L_E = \{(11, 3) + t\vec{u}\}$ de pendiente negativa, $comp_{(1,0)}\overrightarrow{F_1F_2} > 0$, $P = (15, 5)$ es un punto de $\mathcal{E}$ tal que $comp_{\overrightarrow{F_1F_2}}\overrightarrow{F_1P} > 0$ y $comp_{\overrightarrow{F_1F_2}^{\perp}}\overrightarrow{F_1P} > 0$, $L_1 = \{F_2 + t\vec{v}\}$, $L_2 = \{F_1 + t\vec{w}\}$, $L_1 \cap L_2 = \{P\}$, por F_1 se traza $\overline{F_1N} \perp L_1$, $N \in L_1$, $L_3 = \{F_0 + t(-1, 3)\}$ pasa por el punto N, $L_4 = \{(7, -3) + t(1, 7)\}$ pasa por el punto F_1 y $L_1 \cap L_4 = \{Q\}$ tal que Q es un punto de la prolongación de $\overline{F_2N}$, $\left|\overrightarrow{F_1Q}\right| = \left|\overrightarrow{F_2P}\right|$ y $m\measuredangle F_1QN = m\measuredangle F_1F_0N$. Halle la ecuación vectorial de $\mathcal{E}$.

(5 puntos)

3. Sea $\mathcal{H}$ una hipérbola equilátera con centro $F_0 \in Y^+$, vértices V_1, $V_2 = (5, 7)$ y asíntotas $A_1 = \{F_0 + t(1, 4)\}$, A_2. Halle la ecuación vectorial de $\mathcal{H}$.

(5 puntos)

4. $\mathcal{C}$: $x^2 + 4xy + 3y^2 + Dx + Ey + K = 0$ es tangente a una parábola $\mathcal{P}$ en los puntos T y Q, siendo D, E y K no negativos. $\mathcal{P}$ tiene eje focal L_E de pendiente negativa, foco F en el eje X^+ y $R = (-2, 11)$ es un punto de $\overline{FT}$. El sistema se rota en la dirección del vector de rotación $\vec{u} = (u_1, u_2)$, $0 < u_1 < u_2$, obteniéndose el sistema $X'Y'$, tal que $\mathcal{C}$ y Q en el sistema $X'Y'$ son:
   $\mathcal{C}'$: $A'{x'}^2 + C'{y'}^2 + E'y' + K = 0$
   $$Q' = \left(\frac{20 - 4\sqrt{5}}{\sqrt{10 + 2\sqrt{5}}}, \frac{-20 - 12\sqrt{5}}{\sqrt{10 + 2\sqrt{5}}}\right)$$
   Halle la ecuación vectorial de $\mathcal{P}$.

(5 puntos)

Los profesores.