



UNIVERSIDAD NACIONAL DE INGENIERÍA
Facultad de Ingeniería Industrial y de Sistemas
DEPARTAMENTO DE CIENCIAS BÁSICAS

CURSO	CÁLCULO DIFERENCIAL	CICLO	2024-1
CÓDIGO	BMA-01		
DOCENTE	A. Hunman, V. Huanca, J. Cernades, D. Flores, O. Bernico, R. Vasquez	FECHA	03-07-2024

EXAMEN FINAL
Tiempo de duración: 120 minutos

1. Determine el valor de verdad de las siguientes proposiciones:

- a) Si $f(x) = x \sin(x)$, entonces f posee una raíz en $[0, 2\pi]$. (1.5 puntos)
- b) Si f es continua en $[a, b]$, derivable en $\langle a, b \rangle$ y $f(a) = f(b)$, entonces existe un $c \in (a, b)$ tal que $f'(c) = 0$. (1.5 puntos)
- c) Si g es una función derivable tal que $f(x) = x^3 g(x^2) + \frac{g(x)}{x^2}$, $g(1) = 2$ y $f'(1) = 8$, entonces $g'(1) = 2$. (1.5 puntos)
- d) Si f y g son funciones no derivables en x_0 , entonces el producto $f \cdot g$ no es derivable en x_0 . (1.5 puntos)

2. Evalúe el siguiente límite

a) $\lim_{x \rightarrow +\infty} x^3 \left(\frac{\cos\left(\frac{\pi x + 1}{x}\right) - 4 \sin^2\left(\frac{\pi x + 1}{x}\right) + 1}{1 + 2x} \right)$. (4.0 puntos)

3. Dada la función f definida por $f(x) = \frac{2x^3 - 5x^2 + 4x}{x^2 - 2x + 1}$, $x \neq 1$.

- a) Halle las asíntotas, si existen y puntos críticos. (2.0 puntos)
- b) Determine los intervalos de crecimiento, decrecimiento, concavidad, puntos de inflexión y extremos relativos, si existen. (3.0 puntos)
- c) Bosqueje la gráfica. (1.0 punto)

4. Se desea construir una ventana de una iglesia con forma de rectángulo coronado de un semicírculo de diámetro igual a la base del rectángulo. Pondremos cristal blanco en la parte rectangular y cristal de color en el semicírculo. Sabiendo que el cristal coloreado deja pasar la mitad de luz (por unidad de superficie) que el blanco, calcula las dimensiones de la ventana para conseguir la máxima luminosidad si se ha de mantener un perímetro constante dado. (4.0 puntos)