



# UNIVERSIDAD NACIONAL DE INGENIERÍA

Facultad de Ingeniería Industrial y de Sistemas

## DEPARTAMENTO DE CIENCIAS BÁSICAS

CURSO	: CÁLCULO DIFERENCIAL	CICLO	: 2024-1
CÓDIGO	: BMA-01		
DOCENTE	: A. HUAMAN, J. CERNADES, D. FLORES, O. BERMEQ, V. HUANCA, R. VASQUEZ	FECHA	: 08-05-2024

### EXAMEN PARCIAL

Tiempo de duración: 120 minutos

1. Demostrar que

a) la función  $f$  definida por  $f(x) = \begin{cases} |x - [x]| & \text{si } [x] \text{ es par} \\ |x - [x + 1]| & \text{si } [x] \text{ es impar} \end{cases}$ , es periódica. [3.0 ptos]

b) sean  $a, b, c \in \mathbb{R}^+$  menores que 1, si  $a + b + c = 2$ , demuestre que [3.0 ptos]

$$\left(\frac{a}{1-a}\right) \left(\frac{b}{1-b}\right) \left(\frac{c}{1-c}\right) \geq 8$$

[Sugerencia: haga el cambio  $x = 1 - a$ ,  $y = 1 - b$  y  $z = 1 - c$  y  $MA \geq MG$ .]

2. Sea la función  $f$  definida mediante [5.0 ptos]

$$f(x) = \begin{cases} \frac{2x^2 + 3}{x^2 + 1} & \text{si } x \in [1; 3) \\ 2x + \sqrt{x+1} + 5 & \text{si } x \in [3; 6) \end{cases}$$

Demuestre que  $f$  es inyectiva y halle su rango.

3. Sea  $f: \mathbb{R} \rightarrow \mathbb{R}$ , una función definida por  $f(x) = \left| \frac{\cos(3x)}{\cos(x)} + 1 \right|$ . Determine el dominio y rango de  $f$ . Además, ¿Es  $f$  periódica? En caso afirmativo, cuál es su período mínimo? [5.0 ptos]

4. Dadas las funciones  $f$  y  $g$ , definidas mediante

$$f(x) = \sqrt{2+x}, \quad x \in [-2; 3), \quad \text{y} \quad g(x) = \begin{cases} [x] & \text{si } x < 0 \\ x^2 - 2 & \text{si } x \geq 0 \end{cases}$$

Halle la regla de correspondencia de la función  $f \circ g$ , y grafique. [4.0 ptos]