



UNIVERSIDAD NACIONAL DE INGENIERÍA

Facultad de Ingeniería Industrial y de Sistemas

DEPARTAMENTO DE CIENCIAS BÁSICAS

CURSO	CÁLCULO DIFERENCIAL	CICLO	2023-II
CÓDIGO	BMA-01		
DOCENTE	A. HUAMAN, J. CERNADES, D. FLORES, O. BERMEO, V. HUANCA, R. VAQUEZ	FECHA	18-10-2023

EXAMEN PARCIAL

Tiempo de duración: 120 minutos

1. Demuestre que:

1.1. La función f definida por $f(x) = \left[\frac{|x-6|-1}{x+3} \right] \left(\frac{x-3}{x-1} + \frac{1}{(x-1)^2} \right)$, $x \in (5, 7)$ es
inyectiva. [3.0 ptos]

1.2. Sean $a, b, c \in \mathbb{R}$ y $abc = 1$, demuestre que $\frac{a^4}{a^2+b^2} + \frac{b^4}{a^2+c^2} + \frac{c^4}{b^2+c^2} \geq \frac{3}{2}$. [3.0 ptos]
[Sugerencia: $(x_1^2 + x_2^2 + x_3^2)(y_1^2 + y_2^2 + y_3^2) \geq (x_1y_1 + x_2y_2 + x_3y_3)^2$]

2. Resolver las siguientes inecuaciones:

2.1. $\frac{|x-1|}{|x|-1} \geq 0$. [3.0 ptos]

2.2. $\frac{|x-a|+3}{|x|^2+|x|+4} - x^2 + 2ax - a^2 > 0$, donde $a \in \mathbb{R}$. [2.0 ptos]

3. Halle la gráfica y el rango de la función $f: \mathbb{R} \rightarrow \mathbb{R}$, definida por $f(x) = 2 \left\lfloor \frac{x}{2} - \left\lfloor \frac{x}{2} + \frac{1}{2} \right\rfloor \right\rfloor$.
¿Es f periódica? En caso afirmativo, cuál es su período mínimo? [5.0 ptos]

4. Dadas las funciones f y g , definidas mediante

$$f(x) = \frac{|x+2| + 4|x-2| + 1}{1 + |x-2|}, \quad x \in (-2, 2), \quad g(x) = \sqrt{\frac{|x|-|x|}{|x|-1}}$$

Determine el dominio y la regla de correspondencia de la función $g \circ f$. [4.0 ptos]