



UNIVERSIDAD NACIONAL DE INGENIERÍA

Facultad de Ingeniería Industrial y de Sistemas

DEPARTAMENTO DE CIENCIAS BÁSICAS

| | | | |
|---------|--|-------|------------|
| CURSO | CÁLCULO DIFERENCIAL | CICLO | 2023-I |
| CÓDIGO | BMA-01 | | |
| DOCENTE | A. HUAMÁN, J. CERNADES, D. FLORES, O. BERMEO, V. HUANCA, R. VAQUEZ, J. ECHEANDIA | FECHA | 17-05-2023 |

EXAMEN PARCIAL

Tiempo de duración: 120 minutos

1. Para almacenar granos, se ha diseñado un tanque de metal, conformado por un cilindro circular recto de altura h y radio de la base r , y por una tapa semiesférica de radio r por la parte superior. Si el volumen del tanque es V ,

a) Halle el área de la superficie del tanque en términos de r .

b) Demuestre que el área de la superficie del tanque es por lo menos $3\sqrt{\frac{5\pi V^2}{3}}$.
(sugerencia: $2a + b \geq 3\sqrt{a^2b}$)

2. Sea f una función tal que $f(m-x) = f(m+x)$ y $f(n-x) = f(n+x)$, con $m < n$. Demuestre que f es periódica con período $T = 2(n-m)$.

3. Dadas las funciones f y g definidas mediante

$$f(x) = \begin{cases} \sqrt{4Sgn(x^3-1)} - x^2 & \text{si } 1 < |x| \leq 2 \\ \left\lfloor \frac{1}{x-2} \right\rfloor + x^2 & \text{si } |x| \leq 1 \end{cases} \quad \text{y} \quad g(x) = \lfloor x \rfloor$$

Determine $f \circ g$.

4. Dada la función f definida mediante $f(x) = \frac{2x^2 - 3x - 20}{x^2 - 4x - 12}$, $\forall x \in [-1, 5]$. Demuestre que f es inyectiva.