



UNIVERSIDAD NACIONAL DE INGENIERÍA
Facultad de Ingeniería Industrial y de Sistemas
DEPARTAMENTO DE CIENCIAS BÁSICAS

CURSO	: CÁLCULO DIFERENCIAL	CICLO	: 2025-I
CÓDIGO	: BMA-01		
DOCENTE	: J. CERNADES, R. VASQUEZ, V. HUANCA, O BERMEO, A. HUAMAN, R. CHUNG	FECHA	: 16-07-2025

EXAMEN SUSTITUTORIO
Tiempo de duración: 120 minutos

1. Determine el valor de verdad de los siguientes enunciados, justificando su respuesta:

a) Sea f es derivable $\forall x \in \mathbb{R}$, Si $f''(x) - f'(x) = 0$ y $f'(0) = 1$, entonces $f'(x) \cdot f'(-x) = 1$,
 $\forall x \in \mathbb{R}$. [2.5 puntos]

b) Sea f una derivable $\forall x \in \mathbb{R}$. Si $f(0) = g(0)$ y $f'(x) \geq g'(x) \forall x \in \mathbb{R}$ entonces
 $f(x) \geq g(x)$, $\forall x \geq 0$. [2.5 puntos]

2. Si $x, y, z \in \mathbb{R}^+$ tal que $x + y + z = 1$. Demostrar que [5.0 puntos]

$$\frac{x^3}{x^2 + xy + y^2} + \frac{y^3}{y^2 + yz + z^2} + \frac{z^3}{z^2 + zx + x^2} \geq \frac{1}{3}$$

3. Dada la función f definida por $f(x) = 8(x^2 - 1)^{1/3} + 2(x^2 - 1)^{4/3}$. [1 punto]

a) Determine los intervalos de crecimiento, decrecimiento, concavidad, puntos de inflexión
y extremos relativos, si existen. [3.5 puntos]

b) Determine los puntos donde f no es derivable. Bosqueje la gráfica. [1.5 puntos]

4. Una empresa que transporta desechos peligrosos fabrica un contenedor de plástico pesado
que tiene la forma de unir dos hemisferios a los extremos de un cilindro circular recto
de radio r y altura h . El volumen total del contenedor es de $30\pi \text{ pie}^3$. El costo por pie
cuadrado para los extremos es de 30 dólares por pie cuadrado y para la parte cilíndrica
de 20 dólares por pie cuadrado. Encuentre las dimensiones del contenedor de modo que
su costo de fabricación sea mínimo. [5.0 puntos]