



# UNIVERSIDAD NACIONAL DE INGENIERÍA

Facultad de Ingeniería Industrial y de Sistemas

## DEPARTAMENTO DE CIENCIAS BÁSICAS

CURSO	: CÁLCULO DIFERENCIAL	CICLO	: 2023-II
CÓDIGO	: BMA-01		
DOCENTE	: A. HUAMAN, J. CERNADES, D. FLORES, O. BERMEJO, V. HUANCA, R. VAQUEZ,	FECHA	: 27-12-2023

### EXAMEN SUSTITUTORIO

Tiempo de duración: 120 minutos

1. Sean  $a, b, c \in \mathbb{R}^+$ , demuestre que:

(a) si  $abc = 1$ , entonces  $(ab + bc + ca)^3 \geq 27$ . (2.5 puntos)

(b)  $a^3b + b^3c + c^3a \leq a^3 + b^3 + c^3$ . (2.5 puntos)

2. En un triángulo de base  $b$  y altura  $h$ , se inscribe un paralelogramo tal que uno de sus vértices se encuentra en el vértice de la base del triángulo y los otros en los lados del triángulo. Halle las dimensiones y el área máxima que puede poseer el paralelogramo.

(5.0 puntos)

3. Dada la función  $f$  definida por  $f(x) = \frac{x^2 + 10x + 9}{x^2 - 10x + 9}$ ,

a) Halle las asíntotas, los puntos críticos. (2.0 puntos)

b) Analice los intervalos de crecimiento, decrecimiento y extremos relativos, si existen.

(1.5 puntos)

c) Determine los intervalos de concavidad y puntos de inflexión, si existen. (1.5 puntos)

d) Bosquee la gráfica. (1 punto)

4. Analice la veracidad de los enunciados, justificando su respuesta:

a) Si  $f$  es derivable en  $x_0$ , entonces  $\lim_{h \rightarrow 0} \frac{f(x_0 - h^2) - f(x_0 + h^2)}{h^2} = f'(x_0)$ . (1 punto)

b) Si  $\lim_{x \rightarrow x_0} f(x) \leq \lim_{x \rightarrow x_0} g(x)$ , entonces  $f(x) \leq g(x)$ ,  $\forall x$  en una vecindad reducida de  $x_0$ .

(1 punto)

c) Sea  $\lim_{x \rightarrow 0} f(x) = L$  ( $L \neq 0$ ). Si  $\lim_{x \rightarrow 0} g(x)$  no existe, entonces  $\lim_{x \rightarrow 0} (fg)(x)$  no existe.

(1 punto)

d) Si existen los límites  $\lim_{x \rightarrow x_0} f(x)$  y  $\lim_{x \rightarrow x_0} (fg)(x)$ , entonces  $\lim_{x \rightarrow x_0} g(x)$  existe. (1 punto)