UNIVERSIDAD NACIONAL DE INGENIERIA

Facultad de Ingeniería Industrial y de Sistemas

DEPARTAMENTO DE CIENCIAS BÁSICAS

CURSO	:	ALGEBRA LINEAL	CICLO	:	2024 - I
CODIGO	:	BMA-03			
DOCENTE	:	L. KALA, A.HUAMAN.J. CERNADES, J. FUENTES, N. SINCHE	FECHA	:	27.06.24

PRÁCTICA CALIFICADA N° 4

1.- $\mathcal{P}_n$ = {polinomios de grado $\leq n$ con coeficiente reales}

M_{nn} = {matrices cuadradas de orden n, con elementos reales}

a) Dado el conjunto de vectores $\{p_1, p_2, p_3, p_4\} \subset \mathcal{P}_2$ donde

$$p_1(x) = 2 - 5x + 4x^2,\ p_2(x) = 3 + x - 2x^2,\ p_3(x) = 1 + x + 4x^2,$$
$$p_4(x) = 6 - 3x + 6x^2.$$

i) Obtener una base para el espacio generado por $\{p_1, p_2, p_3, p_4\}$

ii) Indicar si $q(x) = -2 + 2x + 3x^2$ pertenece al espacio generado por $\{p_1, p_2, p_3, p_4\}$.

b) Dado el conjunto de vectores $\{M_1, M_2, M_3\} \subset M_{22}$ donde

$$M_1 = \begin{pmatrix} 3 & -1 \\ 4 & 2 \end{pmatrix},\ M_2 = \begin{pmatrix} 2 & 1 \\ 3 & -3 \end{pmatrix},\ M_3 = \begin{pmatrix} -1 & 2 \\ -1 & -5 \end{pmatrix}$$

i) Obtener una base para el espacio generado por $\{M_1, M_2, M_3\}$

ii) Indicar si $N = \begin{pmatrix} -7 & -1 \\ 5 & 0 \end{pmatrix}$ pertenece al espacio generado por $\{M_1, M_2, M_3\}$.

2.- Dada la matriz $A = \begin{pmatrix} -3c & a & -a \\ -1 & b & 1 \\ 13 & a & -5 \end{pmatrix}$ con los elementos enteros donde el cofactor del elemento a_{11} es -12. Los valores propios de A satisfacen la ecuación $3\lambda^3 - 33\lambda^2 + t\lambda - 48 = 0$

a) Encontrar los valores y vectores propios de A^{-1}.

b) Si $f(A) = A^3 - 3A^2 + 2A - 8I$, calcular los valores y vectores propios de $f(A)$.

3.- Sea $T: P_2 \rightarrow M_{22}$ una TL. y sea $B = \{p_1, p_2, p_3\}$ una base de $\mathcal{P}_2$, donde $p_1(x) = 1 - x^2$, $p_2(x) = 1 + x$, $p_3(x) = x + 2x^2$. se sabe que

$$T(p_1) = \begin{pmatrix} 1 & 1 \\ 2 & 0 \end{pmatrix},\ T(p_2) = \begin{pmatrix} 1 & 0 \\ 0 & -1 \end{pmatrix} \text{ y } T(p_3) = \begin{pmatrix} 0 & 1 \\ 0 & -2 \end{pmatrix}.$$

$16 = -3c + 6$

$3c = 6 - 16$

$16 - 6 = -3c$

a) Determinar $T(p(x))$ si $p(x) = a + bx + cx^2$.

b) Encontrar una base para el espacio núcleo de T.

c) Encontrar una base para el espacio imagen de T.

d) Indicar el rango y la nulidad de T.

4.- Sea $T : \mathbb{C} \to \mathbb{R}^3$ una TL definida por $T(a+bi) = \begin{pmatrix} a-b \\ 2a+b \\ 3a-2b \end{pmatrix}$ y sean $B = \{z_1, z_2\}$

$B' = \{\overline{v}_1, \overline{v}_2, \overline{v}_3\}$ bases de $\mathbb{C}$ y $\mathbb{R}^3$ respectivamente, donde $z_1 = -1 + i$, $z_2 = 1 - 2i$,

$\overline{v}_1 : (1,0,-1)^T$, $\overline{v}_2 = (-1,1,0)^T$, $\overline{v}_3 = (1,-1,1)^T$

a) Encontrar la matriz de T con respecto a las bases dadas.

b) Usando la matriz obtenida en la parte (a) determinar $T(z)$, si $z = 3 - 5i$