UNIVERSIDAD NACIONAL DE INGENIERIA

Facultad de Ingeniería Industrial y de Sistemas

DEPARTAMENTO DE CIENCIAS BÁSICAS

CURSO	:	ALGEBRA LINEAL	CICLO	: 2023 II
CODIGO	:	BMA03		
DOCENTE	:	L. KALA, A. HUAMAN, J. CERNADES, J. FUENTES	FECHA	: 14.12.23

4ta PRÁCTICA CALIFICADA

1.- Sean los vectores $\{\bar{u}_1, \bar{u}_2, \bar{u}_3, \bar{u}_4, \bar{u}_5\} \subset \mathbb{R}^4$ donde $\bar{u}_1 = (1,2,-2,3)$, $\bar{u}_2 = (0,1,3,-1)$, $\bar{u}_3 = (1,2,-1,5)$, $\bar{u}_4 = (2,5,1,9)$, $\bar{u}_5 = (-3,-5,9,-10)$

a) Encontrar una base para el espacio generado por estos vectores.

b) Indicar cuáles de los siguientes vectores $\bar{x}_1 = (1,5,7,4)$ y $\bar{x}_2 = (2,3,-10,1)$ pertenecen al espacio generado.

2.- Dada la matriz $A = \begin{pmatrix} a & -7 & 7 \\ b & c & b \\ 4 & -1 & 2 \end{pmatrix}$, los valores propios de A satisfacen la ecuación

$\lambda^3 + k\lambda^2 - 7\lambda + 10 = 0$ y $A\bar{x} = \bar{x}$ donde $\bar{x} \neq \bar{0}$ es un vector propio de A asociado λ

a) Encontrar los valores y vectores propios de $f(A) = 3A^3 - 5A^2 + 2A - I$

b) Diagonalizar la matriz A, si es posible.

3.- Sea $T : P_2 \to M_{22}$ una T.L. y sea $B = \{p_1, p_2, p_3\}$ una base de P_2 donde $p_1(x) = 1 + 2x + x^2$, $p_2(x) = 1 + 3x + 2x^2$, $p_3(x) = -2 - 4x - x^2$ y

$T(p_1) = \begin{pmatrix} 0 & 7 \\ 5 & 2 \end{pmatrix}$, $T(p_2) = \begin{pmatrix} 1 & 10 \\ 7 & 4 \end{pmatrix}$, $T(p_3) = \begin{pmatrix} 3 & -12 \\ -9 & 0 \end{pmatrix}$

a) Encontrar $T(p(x))$ si $p(x) = a + bx + cx^2$.

b) Determinar una base para el espacio imagen de T

c) Obtener una base para el espacio núcleo de T

d) Hallar el rango y la nulidad de T.

4.- Si $T : P_1 \to \mathbb{R}^3$ es una T.L. definida por $T(a + bx) = (a - 3b, 2a + b, 5b)$

$B_1 = \{p_1, p_2\}$ y $B_2 = \{\bar{u}_1, \bar{u}_2, \bar{u}_3\}$ son bases de P_1 y $\mathbb{R}^3$ respectivamente, donde:

$p_1(x) = 2 - x$, $p_2(x) = 3 - 2x$, $\bar{u}_1 = (1,1,1)^T$, $\bar{u}_2 = (1,3,2)^T$, $\bar{u}_3 = (-1,2,1)^T$

a) Encontrar la matriz de T con respecto a las bases B_1 y B_2

b) Usando la matriz de T obtenida en (a), calcular $T(p(x))$, si $p(x) = 3$