UNIVERSIDAD NACIONAL DE INGENIERÍA

Facultad de Ingeniería Industrial y de Sistemas

DEPARTAMENTO DE CIENCIAS BÁSICAS

CURSO	:	ÁLGEBRA LINEAL	CICLO	:	2024-3
CÓDIGO	:	BMA-03			
DOCENTE	:	CERNADES, G. FUENTES J.	FECHA	:	05-03-2025

EXAMEN FINAL

Tiempo de duración: 120 minutos

1. Sea $M_{2\times 2}$ el espacio de matrices de orden 2 sobre $\mathbb{R}$ y

$$E = \left\{ \begin{pmatrix} a & b+c \\ -b+c & a \end{pmatrix} \in M_{2\times 2} \;\middle|\; a, b, c \in \mathbb{R} \right\}$$

a) Pruebe que E es un subespacio de $M_{2\times 2}$. [2.5 puntos]

b) Halle una base de E. [2.5 puntos]

2. Asuma que $b \neq 0$ y sea A una matriz de orden n como sigue

a) Hallar los vectores y valores propios de A. [4.0 puntos]

b) Determine si A es diagonalizable o no. [1.0 punto]

$$A = \begin{pmatrix} a & b & b & \cdots & b \\ b & a & b & \cdots & b \\ b & b & a & \cdots & b \\ \vdots & \vdots & \vdots & \ddots & \vdots \\ b & b & b & \cdots & a \end{pmatrix}.$$

3. Sea $A = \begin{pmatrix} b & b & 3 \\ a & b & a \\ 2a & -b & a \end{pmatrix}$ con $a, b \in \mathbb{Z}$, los valores propios de A son tales que $\lambda_2 = \frac{1}{2}\lambda_3 = -2\lambda_1$ y satisfacen la ecuación $\lambda^3 - 3\lambda^2 + c\lambda + d = 0$.

a) Halle los valores y vectores propios de A. (2.0 puntos)

b) Calcule los valores y vectores propios de $f(A) = A^4 - 8A^2 + 2I$. (1.5 puntos)

c) Diagonalizar A si es posible (1.5 puntos)

4. Sea $T : P_3(\mathbb{R}) \to P_3(\mathbb{R})$ una transformación lineal definida por

$$T(a + bx + cx^2 + dx^3) = (3a - 2d) + 2bx + cx^2 + (c - d)x^3.$$

a) Encontrar los valores y vectores propios de T. [3.0 puntos]

b) Indique si T es diagonalizable o no. En caso afirmativo, proporcione una base de $P_3(\mathbb{R})$ que diagonalice T. [2.0 puntos]