UNIVERSIDAD NACIONAL DE INGENIERIA

Facultad de Ingeniería Industrial y de Sistemas

DEPARTAMENTO DE CIENCIAS BÁSICAS

CURSO	:	ALGEBRA LINEAL	CICLO	:	2024 - II
CODIGO	:	BMA-03			
DOCENTE	:	L. KALA, A. HUAMAN, J. CERNADES, J. FUENTES, N.SINCHE	FECHA	:	12.12.24

EXAMEN FINAL

1. Sea el conjunto $A=\{\overline{v}_1,\overline{v}_2,\cdots\overline{v}_k\}\subset\mathbb{R}^n$ se define el ortogonal de A como:

$$A^T=\left\{\overline{w}\in\mathbb{R}^n \,/\, \overline{w}.\overline{v}_1=0,\ \overline{w}.\overline{v}_2=0,\ldots,\ \overline{w}.\overline{v}_k=0\right\}$$

a) Demostrar que A^T es un subespacio vectorial de $\mathbb{R}^n$.

b) Si $A=\{(-3,1,1),(2,-2,2),(1,1,-3)\}\subset\mathbb{R}^3$, hallar una base para A^T.

2. Sea $T:P_2\to P_2$ un operador lineal y sean $B_1=\{p_1,p_2,p_3\}$ y $B_2=\{q_1,q_2,q_3\}$ bases de P_2, donde : $p_1(x)=1,\quad p_2(x)=x,\quad p_3(x)=x^2$

$$q_1(x)=1+x+2x^2,\ q_2(x)=1+2x-2x^2,\ q_3(x)=-x+3x^2.$$

a) Encontrar la matriz de transición P de la base B_1 a B_2.

b) Usando la matriz P, calcular $(p(x))_{B_2}$ donde $p(x)=7-2x+3x^2$.

c) Si $(q(x))_{B_2}=1-x$, calcular $(q(x))_{B_1}$

3. Sea $T:\mathbb{R}^3\to\mathbb{C}$ una TL definida por $T(a,b,c)=(a-c)+(b+3c)i$ y sean $B_1=\{\overline{u}_1,\overline{u}_2,\overline{u}_3\}$ y $B_2=\{z_1,z_2\}$ bases de $\mathbb{R}^3$ y $\mathbb{C}$ respectivamente, donde :

$\overline{u}_1=(1,2,0)^T,\quad \overline{u}_2=(-1,-1,1)^T,\quad \overline{u}_3=(0,1,2)^T,\quad z_1=2+i,\quad z_2=3+2i$

a) Obtener la matriz de T con respecto a las bases B_1 y B_2.

b) Usando la matriz de la parte (a), calcular $T(-3,2,3)$.

4. Sea $T:M_{22}\to M_{22}$ un operador lineal definido por $T\begin{pmatrix}a & b\\ c & d\end{pmatrix}=\begin{pmatrix}3a-2d & 2b\\ c & c-d\end{pmatrix}$.

a) Determinar los valores y vectores propios de T.

b) Diagonalizar T si es posible.

Cristina ..