UNIVERSIDAD NACIONAL DE INGENIERIA

Facultad de Ingenieria Industrial y de Sistemas

DEPARTAMENTO DE CIENCIAS BÁSICAS

CURSO	:	ALGEBRA LINEAL	CICLO	:	2024 - I
CODIGO	:	BMA-03			
DOCENTE	:	L. KALA, A. HUAMAN, J. CERNADES, J. FUENTES	FECHA	:	04.07.24

EXAMEN FINAL

1.- Sea el tetraedro OABC, donde O es el origen de coordenadas que equidista de los puntos A, B y C. Si B = (12, 4, 8) y P = (8, 8, 8) es un punto sobre la cara ABC del tetraedro, además $proy_{\overrightarrow{OP}}\overrightarrow{OA} = proy_{\overrightarrow{OP}}\overrightarrow{OB} = proy_{\overrightarrow{OP}}\overrightarrow{OC}$ y el ángulo formado por los vectores $\overrightarrow{PB}$ y $\overrightarrow{PC}$ mide $60°$, $\left|\overrightarrow{AB}\right| = 4\sqrt{6}$. Determinar los vértices del poliedro OABC.

2.- a) Determinar para qué valores de a y b, el conjunto $\{p_1, p_2, p_3\}$ es L.I donde $p_1(x) = 1 + a^2x$, $p_2(x) = a + ax + bx^2$, $p_3(x) = a^2 + x + 2abx^2$

Indicar el valor de verdad de las siguientes proposiciones, justificar la respuesta

b) Sea $T : \mathbb{R}^2 \to \mathbb{R}^3$ definida por $T(x, y) = (x, y, xy)$ y $T(\overline{0}) = \overline{0}$, entonces T es T.L.

c) Sea $T : M_{nn} \to M_{nn}$ definida por $T(A) = AM + MA$ y $T(\mathrm{O}) = \mathrm{O}$ entonces T no es T.L.

d) Si $S_1 = \{(x, y, z) / 2x - y + 3z = 0\}$, $S_2 = \{(x, y, z) / 7x + 4y + 8z = 0\}$

son sub espacios de $\mathbb{R}^3$, entonces $S_1 \cap S_2$ es un sub espacio de $\mathbb{R}^3$.

3.- Sean $B_1 = \{\overline{u}_1, \overline{u}_2, \overline{u}_3\}$ y $B_2\{\overline{v}_1, \overline{v}_2, \overline{v}_3\}$ bases de V_3, donde

$\overline{u}_1 = (1,0,0)^T$, $\overline{u}_2 = (1,1,0)^T$, $\overline{u}_3 = (1,1,1)^T$, $\overline{v}_1 = \overset{1\,1\,2}{(a, a, b)^T}$, $\overline{v}_2 = \overset{1\,0\,1}{(a, 0, a)^T}$,

$\overline{v}_3 = \overset{2\,1\,2}{(b, a, b)^T}$ se sabe que $(\overline{u})_{B_1} = (-2, 3, -3)^T$ y $(\overline{u})_{B_2} = (-1, -3, 1)^T$. $a=1$ $b=2$

a) Determinar la base B_2

b) Calcular la matriz de transición de la base B_1 a B_2

c) Si $\overline{w} = (7, -3, 4)^T$, usando la matriz obtenida en (b), calcular $(\overline{w})_{B_1}$

4.- Sea $T : P_2 \to P_2$ un operador lineal definido por

$T(a + bx + cx^2) = (2a + 2b - 6c) + (2a - b - 3c)x + (-2a - b + c)x^2$ y sea

$B = \{p_1, p_2, p_3\}$ una base de P_2 donde $p_1(x) = 1$, $p_2(x) = 1 + x$, $p_3(x) = 1 + x + x^2$

a) Determinar la matriz de T con respecto a la base B.

b) Encontrar los valores y vectores propios de T.

c) Encontrar una nueva base de modo que la matriz de T sea diagonal.