UNIVERSIDAD NACIONAL DE INGENIERIA
Facultad de Ingeniería Industrial y de Sistemas
DEPARTAMENTO DE CIENCIAS BÁSICAS

CURSO	:	**ALGEBRA LINEAL**	**CICLO**	:	**2022 - I**
CODIGO	:	**CB-111**			
DOCENTE	:	**L. KALA, A. HUAMAN, J.CERNADES**	**FECHA**	:	**04.08.2022**

EXAMEN FINAL

1.- Sea el paralelepípedo con bases $ABCD - EFGH$ (sentido horario) donde $\overline{AE}$ es una arista lateral, $comp_{(0,0,1)}\overrightarrow{AE} > 0$

$\overline{AD}$ arista de una base donde $A = (-5,0,1)$, $D = (3,6,-3)$, $\overrightarrow{EG} = t(1,3,1)$ $t > 0$, $\overline{EG}$ diagonal de la base opuesta, $G = (-7,8,13)$,
$\left|\overrightarrow{BF}.(3,2,-4)\right| = \sqrt{29}\left|\overrightarrow{BF}\right|$.

a) Determinar todos los vértices del paralelepípedo.
b) Calcular el volumen y el área total del paralelepípedo.

2.- Sea el conjunto no vacío $V = \left\{e^x \,/\, x \in \mathbb{R}\right\}$ con las operaciones de adición y multiplicación por un escalar definidas:

$$e^x \oplus e^y = e^{x+y} \quad , \quad \forall x, y \in \mathbb{R}$$

$$r \odot e^x = e^{rx} \quad , \quad \forall x, r \in \mathbb{R}$$

Demostrar que V es un espacio vectorial sobre $\mathbb{R}$.

3.- $M_{22} =$ { matrices cuadradas de orden 2 con elementos reales} y sean $B_1 = \left\{M_1, M_2, M_3, M_4\right\}$ y $B_2 = \left\{N, N_2, N_3, N_4\right\}$ bases de M_{22} donde

$$M_1 = \begin{pmatrix} 1 & 0 \\ 0 & 0 \end{pmatrix} , \; M_2 = \begin{pmatrix} 1 & 1 \\ 0 & 0 \end{pmatrix} , \; M_3 = \begin{pmatrix} 1 & 1 \\ 1 & 0 \end{pmatrix} , \; M_4 = \begin{pmatrix} 1 & 1 \\ 1 & 1 \end{pmatrix}$$

$$N_1 = \begin{pmatrix} 2 & -1 \\ 0 & 1 \end{pmatrix} , \; N_2 = \begin{pmatrix} 3 & -2 \\ 1 & 0 \end{pmatrix} , \; N_3 = \begin{pmatrix} 2 & -3 \\ 3 & -1 \end{pmatrix} , \; N_4 = \begin{pmatrix} -1 & 1 \\ -2 & 4 \end{pmatrix}$$

a) Encontrar la matriz P de transición de la base B_1 a B_2.

b) Usando la matriz P,

calcular $(M)_{B_2}$ y $(M)_{B_1}$ si $M = \begin{pmatrix} -1 & 3 \\ 3 & 6 \end{pmatrix}$

4.- Sea el operador lineal $T : \mathbb{R}^3 \to \mathbb{R}^3$ tal que $T\begin{pmatrix} x \\ y \\ z \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} x-3y+3z \\ 3x-5y+3z \\ 6x-6y+4z \end{pmatrix}$

y sea la base $B = \{\bar{u}_1, \bar{u}_2, \bar{u}_3\}$ donde $\bar{u}_1 = (1,0,0)^T$, $\bar{u}_2 = (1,1,0)^T$, $\bar{u}_3 = (1,1,1)^T$

a) Encontrar los valores y vectores característicos de T

b) Encontrar una nueva base de modo que la matriz de T sea diagonal.

Victoria