UNIVERSIDAD NACIONAL DE INGENIERÍA

Faculta de Ingeniería Industrial y de Sistemas

DEPARTAMENTO DE CIENCIAS BÁSICAS

CURSO	:	ÁLGEBRA LINEAL	CICLO	:	2024-3
CÓDIGO	:	BMA-03			
DOCENTE	:	CERNADES, G., FUENTES M.	FECHA	:	05-02-2025

EXAMEN PARCIAL

Tiempo de duración: 120 minutos

1. Justifique la veracidad o falsedad de las siguientes afirmaciones:

   a) Si $X, Y \in \mathbb{R}^{n\times 1}$ son soluciones de $AZ = b$ donde $A \in \mathbb{R}^{m\times n}$ y $Z, b \in \mathbb{R}^{n\times 1}$ entonces $X - Y$ es solución de $AZ = O$. [1.5 puntos]

   b) Si $A^3+2A+I = O$, donde $A, I \in \mathbb{R}^{n\times n}$, I matriz identidad, entonces $AX = b$ con $X, b \in \mathbb{R}^{n\times 1}$ posee solución única. [2.0 puntos]

   c) La adjunta de toda matriz matriz antisimétrica es antisimétrica. [1.5 puntos]

2. Sea el sistema de ecuaciones lineales $DX = C^{-1}B$, donde $D = \begin{pmatrix} 3 & -1 & 3 & a \\ 5 & -3 & a & 3 \\ 1 & -3 & -5 & 0 \\ 7 & -5 & b & 4 \end{pmatrix}$,

$C^{-1} = \begin{pmatrix} 0 & 1 & -2 & 0 \\ 0 & 0 & -1 & 0 \\ 1 & 0 & 0 & 0 \\ -3 & 0 & 0 & 1 \end{pmatrix}$, $X = \begin{pmatrix} x \\ y \\ z \\ w \end{pmatrix}$ y $B = \begin{pmatrix} -7 \\ -3 \\ -10 \\ -6 \end{pmatrix}$. Además una solución es

$\left(f(t), g(t), \dfrac{3-b}{1-b}, t\right)$, $t \in \mathbb{R}$, $b \neq 1$ cuando $a = 2$. Para que valores de a y b el sistema

a) Tiene solución única. [2.0 puntos]

b) Tiene infinitas soluciones, determine los parámetros libres y la solución. [2.0 puntos]

c) Es inconsistente. [1.0 punto]

3. **Halle el determinante de** $A = \begin{pmatrix} 1 & 1 & \cdots & 1 & 1 \\ \phi_1(x_1) & \phi_1(x_2) & \cdots & \phi_1(x_{n-1}) & \phi_1(x_n) \\ \phi_2(x_1) & \phi_2(x_2) & \cdots & \phi_2(x_{n-1}) & \phi_2(x_n) \\ \vdots & \vdots & \vdots & \vdots & \vdots \\ \phi_{n-1}(x_1) & \phi_{n-1}(x_2) & \cdots & \phi_{n-1}(x_{n-1}) & \phi_{n-1}(x_n) \end{pmatrix}$**, donde**

$\phi_k(x) = x^k + a_{1,k}x^{k-1} + \cdots + a_{k-1,k}x + a_{k,k}$ **[5.0 puntos]**

4. **Sean** $\vec{a}, \vec{b}, \vec{c}$ **y** $\vec{m}$ **en** $\mathbb{R}^3$**. Demuestre que**

(a) $(\vec{a}\times\vec{b})\,(\vec{b}\times\vec{c})\times(\vec{c}\times\vec{a}) + \vec{m} = [\vec{c},\vec{a},\vec{b}]^2$, si $\vec{m} = \vec{a}\times(\vec{b}\times\vec{c}) + \vec{b}\times(\vec{c}\times\vec{a}) + \vec{c}\times(\vec{a}\times\vec{b})$.

[2.5 puntos]

(b) Si $\vec{a}\,' = \dfrac{\vec{b}\times\vec{c}}{\underbrace{\vec{a}\cdot\vec{b}\times\vec{c}}_{[\vec{a}\vec{b}\vec{c}]}}$, $\vec{b}\,' = \dfrac{\vec{c}\times\vec{a}}{\underbrace{\vec{a}\cdot\vec{b}\times\vec{c}}_{[\vec{a}\vec{b}\vec{c}]}}$ y $\vec{c}\,' = \dfrac{\vec{a}\times\vec{b}}{\underbrace{\vec{a}\cdot\vec{b}\times\vec{c}}_{[\vec{a}\vec{b}\vec{c}]}}$, entonces $\vec{a} = \dfrac{\vec{b}\,'\times\vec{c}\,'}{[\vec{a}\,',\vec{b}\,',\vec{c}\,']}$. **[2.5 puntos]**

$\vec{a}\,' + b'$