UNIVERSIDAD NACIONAL DE INGENIERÍA

Faculta de Ingeniería Industrial y de Sistemas

DEPARTAMENTO DE CIENCIAS BÁSICAS

CURSO	:	ÁLGEBRA LINEAL	CICLO	:	2023-3
CÓDIGO	:	BMA-03			
DOCENTE	:	Cernades G., Fuentes J.	FECHA	:	30-01-2024

EXAMEN PARCIAL

Tiempo de duración: 120 minutos

1. (a) Sea ABC un triángulo (en sentido horario) cuya área mide 6 u^2. Calcular la norma del vector $\overrightarrow{AB}\times\overrightarrow{BC}+\overrightarrow{BC}\times\overrightarrow{CA}+\overrightarrow{CA}\times\overrightarrow{AB}$. (2.0 ptos)

   (b) Sea la n-upla $(x_1, x_2, \ldots, x_n) \in \mathbb{R}^n$ y sea la matriz $A = \begin{pmatrix} 1 & x_1 \\ 1 & x_2 \\ \vdots & \vdots \\ 1 & x_n \end{pmatrix}$.

   - Demuestre que A^tA es una matriz simétrica. (1.0 pto)
   - Halle A^tA. (1.0 pto)
   - Demuestre que si A^tA es una matriz singular, entonces $\|x\| = \frac{1}{\sqrt{n}}\left|\sum_{i=1}^{n} x_i\right|$. (1.0 pto)

2. Si A y B son dos matrices cuadradas no singulares de orden n tales que $(AB)^i = A^iB^i$, para cada $i \in \{k-1, k, k+1\}$.Demuestre que A y B conmutan. (5.0 ptos)

3. Aplicando el método de la relación recurrente, calcule la siguiente determinante (5.0 ptos)

$$\begin{vmatrix} a_1b_1 & a_1b_2 & a_1b_3 & \cdots & a_1b_n \\ a_1b_2 & a_2b_2 & a_2b_3 & \cdots & a_2b_n \\ a_1b_3 & a_2b_3 & a_3b_3 & \cdots & a_3b_n \\ \vdots & \vdots & \vdots & \ddots & \vdots \\ a_1b_n & a_2b_n & a_3b_n & \cdots & a_nb_n \end{vmatrix}$$

4. Si $A = \begin{pmatrix} x & -1 & 0 & 0 \\ -3 & x & -2 & 0 \\ 0 & -2 & x & -3 \\ 0 & 0 & -1 & x \end{pmatrix}$ y $B = \begin{pmatrix} 1 & 2b & b^2 & 0 \\ 0 & 1 & 2b & b^2 \\ 1 & b & b^2 & 0 \\ 0 & 1 & b & b^2 \end{pmatrix}$, donde $b \neq 0$. Determine los valores de x y b de manera que $r(AB)$ toma su máximo y mínimo valor. (5.0 ptos)