UNIVERSIDAD NACIONAL DE INGENIERÍA

Faculta de Ingeniería Industrial y de Sistemas

DEPARTAMENTO DE CIENCIAS BÁSICAS

CURSO	:	ÁLGEBRA LINEAL	CICLO	:	2022-3
CÓDIGO	:	BMA-03			
DOCENTE	:	CERNADES, G	FECHA	:	21-02-202

EXAMEN PARCIAL
Tiempo de duración: 120 minutos

1. Halle el determinante de la siguiente matrix

$$A = \begin{pmatrix} a_1b_1 & a_1b_2 & a_1b_3 & \cdots & a_1b_n \\ a_1b_2 & a_2b_2 & a_2b_3 & \cdots & a_2b_n \\ a_1b_3 & a_2b_3 & a_3b_3 & \cdots & a_3b_n \\ \vdots & \vdots & \vdots & \ddots & \vdots \\ a_1b_{n-1} & a_2b_{n-1} & a_3b_{n-1} & \cdots & a_{n-1}b_n \\ a_1b_n & a_2b_n & a_3b_n & \cdots & a_nb_n \end{pmatrix}.$$

Sugerencia: use el método de recurrencia (5.0 puntos)

2. Sea las matrices $M = F_{13}F_{23}(2)F_{12}(-1)F_2(2)$, $N = \begin{pmatrix} 3 & b-4 & c-1 \\ a+1 & b-2 & ac \\ 0 & a & b \end{pmatrix}$ y $B = \begin{pmatrix} 1 \\ a \\ b \end{pmatrix}$. Para que valores de a, b y c el sistema de ecuaciones lineales $AX = B$, donde $A = M + N$, tendrá:

   (a) Soluución única. Calcule. (3.0 puntos)

   (b) Infinitas soluciones que dependen de 1 parámetro. (1.0 puntos)

   (c) Infinitas soluciones que dependen de 2 parámetros. (0.5 puntos)

   (d) Incosistencia. (0.5 puntos)

3. Si $A = \begin{pmatrix} 1 & b & c \\ -2 & -5 & 5 \\ a & a & b \end{pmatrix}$, $adj(-3A) = \begin{pmatrix} * & -63 & * \\ * & * & * \\ 27 & * & * \end{pmatrix}$, $|A| < 0$, a, b, c números enteros, con $b > 0$ y $\left|-3adj\left(\left(\frac{1}{6}\right)A\right)^{-1}\right| = -(6^4 3^3)$. Exprese A y A^{-1} como un producto de matrices elementales. (5.0 puntos)

4. (a) Sea $\vec{a}, \vec{b}, \vec{c}, \vec{d} \in V_3$ no nulos, donde $|\vec{a}| = |\vec{b}| = |\vec{c}| = |\vec{d}|$, $\vec{a} + \vec{b} + \vec{c} + \vec{d} = \vec{0}$, pruebe que $(\vec{a} + \vec{c}) \cdot \vec{d} = (\vec{a} + \vec{c}) \cdot \vec{b}$, $\vec{a} \cdot (\vec{b} + \vec{c}) = \vec{d} \cdot (\vec{b} + \vec{c})$, $(\vec{a} + \vec{c}) \cdot (\vec{c} + \vec{b}) = 0$.(1.5 puntos)

   (b) Sean $\vec{a}, \vec{b}, \vec{c}, \vec{d} \in V_3$ no nulos, donde $|\vec{a}| = |\vec{b}| = |\vec{c}| = |\vec{d}|$, $\vec{a} + \vec{b} + \vec{c} + \vec{d} = \vec{0}$, Halle $(\vec{a} + \vec{d}) \cdot (\vec{a} + \vec{c})$. (2.0 puntos)

   (c) Si $S = \{(1,1,1); (1,1,0); (1,0,0)\}$, determine $S^{\perp} = \{x \in \mathbb{R}^3 \mid x \cdot y = 0, \forall y \in S\}$. (1.5 punto)

Lima, 21 de febrero del 2023