UNIVERSIDAD NACIONAL DE INGENIERIA

Facultad de Ingeniería Industrial y de Sistemas

DEPARTAMENTO DE CIENCIAS BÁSICAS

CURSO	:	ALGEBRA LINEAL	CICLO	:	2023-II
CODIGO	:	BMA-03			
DOCENTE	:	L. KALA, A. HUAMAN, J. CERNADES, J. FUENTES	FECHA	:	28-12-23

EXAMEN SUSTITUTORIO

1. Calcular el siguiente determinante de orden n

$$|A| = \begin{vmatrix} 1 & 3 & 5 & 7 & \dots & 2n-1 \\ x & x+1 & 3 & 5 & \dots & 2n-3 \\ x & 2x & x+1 & 3 & \dots & 2n-5 \\ \vdots & \vdots & \vdots & \vdots & & \vdots \\ x & 2x & 2x & 2x & \dots & x+1 \end{vmatrix}$$

2. Dada la matriz, con elementos enteros $A = \begin{pmatrix} a & b & c \\ 0 & a & 0 \\ b & a & b \end{pmatrix}$. Los valores propios de A satisfacen la ecuación $\lambda^3 - 4\lambda^2 - k\lambda + 4 = 0$ y $\bar{x} = t(-3,0,2)^T$, $t \neq 0$, es un vector propio de A asociado a λ.
   a) Encontrar los valores y vectores propios de A
   b) Calcular $\left(8A^{-1} - 3A\right)^3$

3. M_{22} = {matrices cuadradas de orden 2 con elementos reales}
   Sean $B_1 = \{M_1, M_2, M_3, M_4\}$ y $B_2 = \{N_1, N_2, N_3, N_4\}$ bases de M_{22} donde
   $M_1 = \begin{pmatrix} -1 & -1 \\ 1 & 0 \end{pmatrix}$, $M_2 = \begin{pmatrix} 1 & 0 \\ -1 & 0 \end{pmatrix}$, $M_3 = \begin{pmatrix} 0 & 1 \\ 1 & 1 \end{pmatrix}$, $M_4 = \begin{pmatrix} 1 & 0 \\ 1 & 3 \end{pmatrix}$
   $N_1 = \begin{pmatrix} 1 & 1 \\ 0 & 0 \end{pmatrix}$, $N_2 = \begin{pmatrix} 1 & 0 \\ 1 & -1 \end{pmatrix}$, $N_3 = \begin{pmatrix} 1 & 0 \\ 0 & 0 \end{pmatrix}$, $N_4 = \begin{pmatrix} 0 & 1 \\ 0 & 1 \end{pmatrix}$
   a) Determinar la matriz de transición Q de las bases B_2 a la base B_1
   b) Si $M = \begin{pmatrix} -1 & 3 \\ 2 & 0 \end{pmatrix}$ Calcular M_{B_1} usando la matriz Q.

4. Sea $T: R^3 \to R^3$ un operador lineal definido por $T\begin{pmatrix} x \\ y \\ z \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} x & -3y & +3z \\ 3x & -5y & +3z \\ 6x & -6y & +4z \end{pmatrix}$
   y sea $B = \{\overline{u}_1, \overline{u}_2, \overline{u}_3\}$ una base de $\mathbb{R}^3$ donde $\overline{u}_1 = (1,0,0)^T$, $\overline{u}_2 = (1,1,0)^T$, $\overline{u}_3 = (1,1,1)^T$
   a) Encontrar los valores y vectores propios de T.
   b) Hallar una nueva base de modo que la matriz de T sea diagonal