

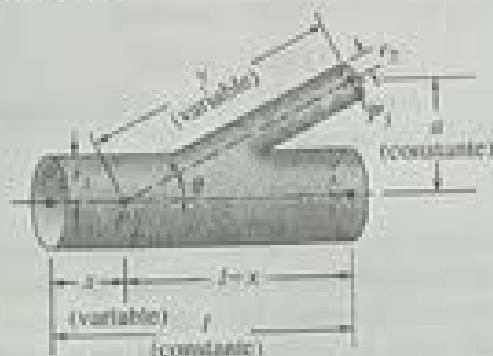


UNIVERSIDAD NACIONAL DE INGENIERA
Facultad de Ingeniería Industrial y de Sistemas
DEPARTAMENTO DE CIENCIAS BÁSICAS

CURSO	: CÁLCULO INTEGRAL	CICLO	: 2024-II
CÓDIGO	: BMA- 02		
DOCENTE	: J. BRONCANO, M. CUTIPA, D. FLORES, V. HUANGA	FECHA	: 04.09.24

PRUEBA DE ENTRADA
DURACIÓN 60 MINUTOS

1. En una planta industrial, se requiere diseñar un sistema de tuberías para transportar un fluido desde un tanque grande a un tanque más pequeño a través de varias ramificaciones. La red de tuberías consta de varias secciones que se bifurcan en ángulos y deben optimizarse para minimizar la resistencia total al flujo del fluido. En la figura adjunta se muestra una de tales ramificaciones.



Se desea hallar el ángulo óptimo de bifurcación θ que minimiza la resistencia total del sistema de tuberías a lo largo de la trayectoria $P_1P_2P_3$.

a) Usar la ley de Poiseuille: (2.0 pts)

“La resistencia R de una ramificación de longitud l y radio r es:

$$R = k \frac{l}{r^4}; k \in \mathbb{R}”$$

Para verificar que la resistencia total del sistema de tuberías a lo largo de la trayectoria $P_1P_2P_3$ es:

$$R = k \left(\frac{l}{r_1^4} \right) + k \left(\frac{y}{r_2^4} \right)$$

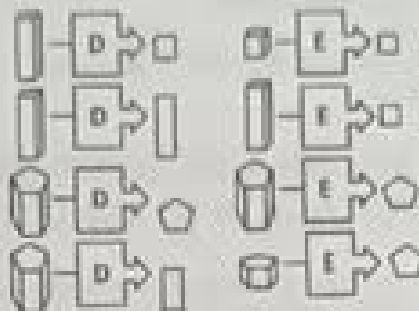
b) Verifique que el ángulo óptimo de bifurcación θ que minimiza la resistencia total del sistema de tuberías R a lo largo de la trayectoria $P_1P_2P_3$ es: (3.0 pts)

$$\theta = \arccos \left(\frac{r_2^4}{r_1^4} \right)$$

Sugerencia: Utilizar el ítem a) y expresar x e y en términos de θ y a .

2. Responde cada ítem

Las máquinas D y E leen una entrada y producen una salida, tal como se muestra en la figura.



¿Cuál de las dos máquinas o mabas representan una función? Justifique su respuesta. (1.0 pts)

b) Si $\lim_{x \rightarrow a} f(x)$ y $\lim_{x \rightarrow a} g(x)$ no existen, entonces $\lim_{x \rightarrow a} f(x)g(x)$ existe? (1.5 pts)

c) Para que $f(x) = x^2 + ax + b$ y $g(x) = x^2 + cx$ tengan la misma recta tangente en (2,2) ¿Es cierto que $abc = 1$? (2.5 pts)

3. Una planta de manufactura, introduce un nuevo producto al mercado. La empresa está interesada en optimizar la producción y gestionar los recursos eficientemente. Para ello, deben analizar cómo evolucionan las ventas del producto a lo largo del tiempo. Se espera que las ventas sigan un patrón determinado por la función:

$$f(x) = x + \frac{x}{x^2 - 1}$$

debido a la introducción y crecimiento del producto en el mercado.

- a) Hallar el dominio y rango de la función que determina el patrón de ventas del producto. (1.5 pts)
- b) Hallar las asíntotas e interpretar su significado. (1.5 pts)
- b) Describe como varia las ventas del producto a lo largo del tiempo. (2.0 pts)
- a) Determinar la capacidad óptima de venta teniendo en cuenta el patrón de ventas a lo largo del tiempo. (2.0 pts)
- b) Represente gráficamente la evolución de las ventas. (3.0 pts)

Nota: El resultado de esta prueba se multiplicará por 0.25 y representa el 25% de la PC 01.