



UNIVERSIDAD NACIONAL DE INGENIERÍA
Facultad de Ingeniería Industrial y de Sistemas
DEPARTAMENTO DE CIENCIAS BÁSICAS

CURSO	: CÁLCULO DIFERENCIAL	CICLO	: 2024-11
CÓDIGO	: BMA-01		
DOCENTE	: A. HUAMAN, J. CERNADES, D. FLORES, O. BERMEO, V. HUANCA, R. VAQUEZ,	FECHA	: 18-12-2024

EXAMEN SUSTITUTORIO
Tiempo de duración: 120 minutos

1. Si $x, y, z \in \mathbb{R}^+$ tal que $x^2 + y^2 + z^2 = 1$. Demostrar que [5.0 puntos]

$$\frac{x^6}{x^4 + x^2 y^2 + y^4} + \frac{y^6}{y^4 + y^2 z^2 + z^4} + \frac{z^6}{z^4 + z^2 x^2 + x^4} \geq \frac{1}{3}$$

2. Justifique su respuesta, para determine el valor de verdad de las siguiente proposiciones:

(a) Si $f: I \rightarrow \mathbb{R}$ es una función diferenciable en x_0 , entonces f es una función continua en x_0 . *M. Para ser Dif, debes ser lín.* [2.0 puntos]

(b) Sean $f, g: D \rightarrow \mathbb{R}$ y $x_0 \in D'$ un punto de acumulación de D . Si f es acotado en D y $\lim_{x \rightarrow x_0} g(x) = 0$ entonces: $\lim_{x \rightarrow x_0} f(x) \cdot g(x) = 0$. *f. $\frac{1}{x} \cdot x_0 = 0$* [2.0 puntos]

(c) Sea $f: [-1, 1] \rightarrow \mathbb{R}$ definida por $f(x) = 1 - |x|$, entonces existe un $x_0 \in (-1, 1)$ tal que $f'(x_0) = 0$. *V. $f'(x) = -1$ o 1* [2.0 puntos]

3. Demostrar que la ecuación cúbica $x^3 - 3x + b = 0$ no puede tener más de una raíz real en el intervalo $[-1, 1]$ para ningún valor de b . *V. $x(x-1)(x+1) + b = 0$* [4.0 puntos]

4. Sea la curva $C: |x+4|^y - y^{|x-4|} = 0$. Si se sabe que la derivada del logaritmo natural $(\ln(x))' = \frac{1}{x}$, halle el área determinada por la recta tangente $\mathcal{L}_T$, la recta normal a $\mathcal{L}_T$ en el punto $P = (0, 2)$ y el eje X. (Considere: $\ln(2) = 0.7$) [5.0 puntos]

NOTA: Sea $f: D \rightarrow \mathbb{R}$ una función, diremos que es acotada si existe un $M > 0$ tal que $|f(x)| \leq M, \forall x \in D$.

$$A \geq \frac{(y^2 + z^2 + x^2)^2}{y^2 + z^2 + x^2} \geq 1$$