

UNIVERSIDAD NACIONAL DE INGENIERÍA

Facultad de Ingeniería Industrial y de Sistemas

ÁREA DE CIENCIAS BÁSICAS



CURSO	:	CÁLCULO MULTIVARIABLE	CICLO	:	2025 - 2
CÓDIGO	:	FB303	FECHA	:	21.11.25
DOCENTE	:	L. ALVARADO, J. ECHEANDIA, O. BERMEO, H. HERRERA, R. CHUNG			

PRÁCTICA CALIFICADA N°3

Indicaciones

- Duración de la prueba: 110 minutos
- El puntaje se indica en cada pregunta

1. **(5 Puntos)** Una empresa utiliza dos tipos de materias primas, A y B, para fabricar su producto. Si emplea x unidades de A y y unidades de B, el ingreso total (en soles) que obtiene la empresa, denotado por $I(x; y)$, se calcula considerando los siguientes componentes:

- $360(x-1)(y-2)$: ingreso principal generado por la combinación efectiva de las materias primas A y B.
- $20(x-1)^3$: penalización o pérdida por exceso en el uso de A.
- $20(y-2)^2$: penalización o pérdida por desviarse del uso óptimo de B.

a) Escriba la función ingreso total de la empresa $I(x, y)$. ¿Cuál es el ingreso máximo de la empresa?

b) Utilice el método de los multiplicadores de Lagrange para determinar los valores máximo y mínimos condicionados de $f(x; y) = x^2 + y^2 + 3xy - 4$ sujeta a la condición $x^2 + y^2 = 18$.

2. **(5 Puntos)** El volumen de un sólido S está dado por la siguiente suma de integrales

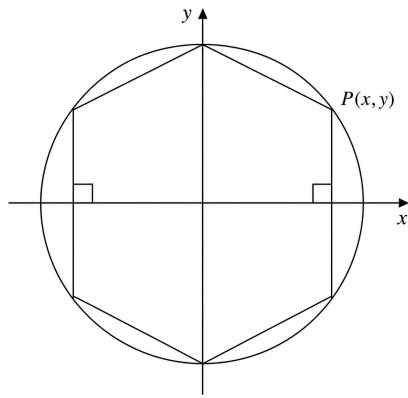
$$\int_0^8 \int_0^{\frac{1}{\sqrt{2}}\sqrt{8-z}} \int_0^{2x} dy dx dz + \int_0^2 \int_0^{8-2x^2} \int_{2x}^{8-x} dy dz dx$$

a) Grafique el sólido S, indicando su proyección en el plano XY

b) Calcule el volumen del sólido S.

3. **(5 Puntos)** Una tolva industrial, diseñada para almacenar productos químicos, se construye al rotar alrededor del Eje Y, la región R del hexágono inscrito en la circunferencia de radio $r = 1 + \sqrt{13}$ (en pies); como se muestra en la figura adjunta.

Si el volumen de la tolva se expresa en función de las coordenadas del vértice P determine el volumen máximo de la tolva industrial.



4. (5 Puntos) Dada la siguiente suma de integrales:

$$I = \int_0^3 \int_{\frac{5x}{6}-5}^{\sqrt{9-x^2}} f(x,y) dy dx + \int_{-\frac{5}{2}}^0 \int_3^{\frac{6y}{5}+6} f(x,y) dx dy$$

$$+ \int_0^5 \int_{\frac{3}{5}\sqrt{25-y^2}}^{6(1-\frac{y}{5})} f(x,y) dx dy + \int_0^3 \int_{\sqrt{9-x^2}}^{\frac{5}{3}\sqrt{9-x^2}} f(x,y) dy dx$$

- Grafique la unión de regiones de integración.
- Expresé I como una sola integral
- Si $f(x,y) = 1$, calcule el valor de I