

# UNIVERSIDAD NACIONAL DE INGENIERÍA

Facultad de Ingeniería Industrial y de Sistemas

ÁREA DE CIENCIAS BÁSICAS



<b>CURSO</b>	: CÁLCULO MULTIVARIABLE	<b>CICLO</b>	: 2023 - V
<b>CÓDIGO</b>	: FB303		
<b>DOCENTE</b>	: OSMAR BERMEO CARRASCO	<b>FECHA</b>	: 08.03.23

**Observaciones:** Cada pregunta vale 5 puntos. Son criterios de calificación el orden, la claridad y el uso adecuado de los símbolos matemáticos.

## PRÁCTICA CALIFICADA N° 4

1. Hallar el valor de la siguiente integral

$$\iint_{R_1} (x^2 + y^2)^3 dA$$

donde  $R_1$  es la región en el primer cuadrante limitada por la gráfica de las ecuaciones

$$xy = 2, \quad xy = 3, \quad x^2 - y^2 = 1 \quad \text{y} \quad x^2 - y^2 = 4$$

(5 puntos)

2. La región acotada por las curvas  $x^2 + 3y = 9$ ,  $y = 2x - 6$  gira alrededor de la recta  $4x + 3y = 12$ . Hallar el volumen del sólido de revolución.

(5 puntos)

3. Dada la integral

$$I = \iiint_S z \sqrt{x^2 + z^2} dV$$

donde  $S$  es el sólido en el primer octante, limitado por las superficies cuyas ecuaciones son:

$$x^2 + z^2 = 4, \quad x^2 + z^2 = 2z, \quad y = 4 - x.$$

- Graficar el sólido  $S$ .
- Determinar la proyección del sólido  $S$  sobre el plano  $XZ$ .
- Defina una transformación adecuada para calcular  $I$ .
- Hallar el valor de  $I$ .

(5 puntos)

4. Dada la siguiente suma de integrales expresada en coordenadas esféricas

$$I = \int_0^{\pi/2} \int_0^{\pi/6} \int_0^4 \rho^3 \sin^2 \varphi \cos \varphi d\rho d\varphi d\theta + \int_0^{\pi/2} \int_{\pi/6}^{5\pi/6} \int_0^{2 \csc \varphi} \rho^3 \sin^2 \varphi \cos \varphi d\rho d\varphi d\theta \\ + \int_0^{\pi/2} \int_{5\pi/6}^{\pi} \int_0^4 \rho^3 \sin^2 \varphi \cos \varphi d\rho d\varphi d\theta$$

- Graficar el sólido de integración en el sistema tridimensional  $XYZ$ .
- Expresar la integral  $I$  en coordenadas cilíndricas.
- Calcular el valor de  $I$ .

(5 puntos)