

UNIVERSIDAD NACIONAL DE INGENIERÍA

Facultad de Ingeniería Industrial y de Sistemas

ÁREA DE CIENCIAS BÁSICAS



CURSO	: CALCULO MULTIVARIABLE	CICLO	: 2022 - 2
CODIGO	: FB303		
DOCENTE	: L. ALVARADO, J. ECHEANDIA O. BERMEO, D. FLORES	FECHA	: 23.12.22

Observaciones: Son criterios de calificación el orden, la claridad y el uso adecuado de los símbolos matemáticos. La duración de la evaluación es de 110 minutos.

PRÁCTICA CALIFICADA N°4

1. Dada la siguiente suma de integrales

$$I = \int_{-3}^0 \int_{-\frac{4}{3}\sqrt{9-x^2}}^{-x-3} f(x; y) dy dx + \int_0^3 \int_{-\frac{4}{3}\sqrt{9-x^2}}^{\frac{4}{3}(x-3)} f(x; y) dy dx \\ + \int_{-3}^0 \int_{-\frac{4}{3}\sqrt{9-x^2}}^{\frac{4}{3}\sqrt{9-x^2}} f(x; y) dy dx + \int_0^3 \int_{\frac{4}{3}(x-3)}^{\frac{4}{3}\sqrt{9-x^2}} f(x; y) dy dx$$

- Expresar I como una sola integral, detallando su procedimiento.
- Si $f(x, y) = -x^2y + y\sqrt{x^2 + 1}$, calcule el valor de la integral I .

2. Calcule la integral $\iint_D \left(\frac{y}{x^3} + \frac{x}{y^3} \right) dA$, donde la región D se define mediante

$$D = \{(x; y) \in \mathbb{R}^2 : y = x^3, y = 4x^3, x = y^3, x = 9y^3, x, y > 0\}$$

3. Sean las superficies $S_1 : z = 0$, $S_2 : x^2 + y^2 - z = 0$, $S_3 : x^2 + y^2 - x = 0$,

$$S_4 : x^2 + y^2 - 2x = 0$$

- Grafique el sólido S limitado inferiormente por S_1 , superiormente por S_2 y lateralmente por S_3 y S_4
- Calcule el área de la proyección del sólido S sobre el plano XY , mostrando su gráfica.
- Calcule el volumen del sólido S

4. Calcule el volumen del sólido Q limitado por las superficies

$$S_1 : x^2 + y^2 + z - 4 = 0, S_2 : x^2 + y^2 + z^2 - 16 = 0, S_3 : x - y = 0, S_4 : x = 0, S_5 : z = 0$$

5. Calcule la integral

$$I = \iiint_S (y + x + 1) dV$$

donde S es el sólido definido mediante:

$$S = \{(x; y, z) \in \mathbb{R}^3 : y + x \leq 7, z + \frac{x}{2} \leq 2, x \geq 0, y \geq 3, z \geq 0\}$$

- Grafique el sólido S
- Evalue la integral I