

# UNIVERSIDAD NACIONAL DE INGENIERÍA

Facultad de Ingeniería Industrial y de Sistemas

ÁREA DE CIENCIAS BÁSICAS



<b>CURSO</b>	: CÁLCULO MULTIVARIABLE	<b>CICLO</b>	: 2023 - I
<b>CÓDIGO</b>	: FB303		
<b>DOCENTE</b>	: L. ALVARADO, J. ECHEANDIA, O. BERMEO, H. HERRERA, D. FLORES	<b>FECHA</b>	: 07.07.23

**Observaciones:** La evaluación consta de 4 preguntas y el puntaje está indicado en cada pregunta. Son criterios de calificación el orden, claridad, símbolos matemáticos. La duración de la evaluación es 110 minutos.

## CUARTA PRÁCTICA CALIFICADA

1. Calcule la suma de integrales

$$\iint_{R_1} \frac{\sin(x-y)}{\cos(x+y)} dA + \iint_{R_2} \frac{1}{9+x^2+y^2} dA$$

donde  $R_1$  es la región limitada por  $y = 0$ ,  $y = x$ ,  $x + y = \frac{\pi}{3}$ ,  
y  $R_2 = \{(x, y) \in \mathbb{R}^2 : x^2 + y^2 \leq 9, y \geq 0, y \leq x\}$ .

(5 Puntos)

2. Calcule la integral  $\iiint_S (z+1) dV$  donde  $S$  es un sólido en el primer octante limitado por las gráficas de las ecuaciones:

$$z = \sqrt{x^2 + y^2 - 1}, \quad x^2 + y^2 = 4, \quad x = \frac{y}{\sqrt{3}}, \quad y = \frac{x}{\sqrt{3}}$$

(5 Puntos)

3. Calcule la integral

$$I = \int_{-3}^3 \int_{-\sqrt{9-x^2}}^{\sqrt{9-x^2}} \int_0^{\sqrt{9-x^2-y^2}} \sqrt{x^2 z^2 + z^4 + z^2 y^2} dz dy dx$$

- a. Grafique el sólido de integración  $I$ .  
b. Defina una transformación adecuada para resolver la integral, y halle el valor de  $I$ . (5 Puntos)

4. La siguiente suma de integrales está expresada en coordenadas esféricas

$$\begin{aligned} I &= \int_{\pi/4}^{\pi/2} \int_0^{\pi/4} \int_0^{2\sqrt{2}} F(\rho, \varphi, \theta) d\rho d\varphi d\theta \\ &+ \int_{\pi/4}^{\pi/2} \int_{\pi/4}^{3\pi/4} \int_0^{2\csc\varphi} F(\rho, \varphi, \theta) d\rho d\varphi d\theta \\ &+ \int_{\pi/4}^{\pi/2} \int_{3\pi/4}^{\pi} \int_0^{2\sqrt{2}} F(\rho, \varphi, \theta) d\rho d\varphi d\theta \end{aligned}$$

donde  $F(\rho, \varphi, \theta) = \rho^5 \sin^4 \varphi \sin \theta$ .

- a. Bosqueje el sólido de integración de la integral  $I$ .  
b. Expresé  $I$  como una sola integral en coordenadas cilíndricas y halle el valor de  $I$ . (5 Puntos)