

UNIVERSIDAD NACIONAL DE INGENIERÍA

Facultad de Ingeniería Industrial y de Sistemas

ÁREA DE CIENCIAS BÁSICAS



CURSO	: CÁLCULO MULTIVARIABLE	CICLO	: 2023 - II
CÓDIGO	: FB303		
DOCENTE	: L. ALVARADO, J. ECHEANDIA, O. BERMEJO, H. HERRERA, D. FLORES	FECHA	: 01.12.23

Observaciones: La evaluación consta de 4 preguntas. Son criterios de calificación el orden, claridad y uso de símbolos matemáticos. Duración de la evaluación: 110 minutos.

CUARTA PRÁCTICA CALIFICADA

1. Usando una transformación adecuada, calcule la integral

$$\iint_R \frac{\cos(x-y)}{\operatorname{sen}(x+y)} dA$$

donde R es la región limitada por las rectas de ecuaciones: $y = 0$, $y = x$,
 $x + y = \frac{\pi}{4}$, $x + y = \frac{\pi}{2}$.

(5 Puntos)

2. Calcule integral

$$\iint_R \sqrt{x^2 + y^2} dA$$

donde $R = \left\{ (x, y) \in \mathbb{R}^2 / y \geq \frac{x}{\sqrt{3}}, y \leq \sqrt{3}x, (x-2)^2 + y^2 \leq 4, (x-1)^2 + y^2 \geq 1 \right\}$.

(5 Puntos)

3. El sólido S está limitado por las superficies de ecuaciones dadas en coordenadas cilíndricas:

$$S_1 : r^2 + z = 4, \quad S_2 : r^2 + z^2 = 16, \quad S_3 : \theta = \arctan(1), \quad \theta = \frac{\pi}{2}, \quad z \geq 0$$

- Grafique el sólido S . (2 Puntos)
- Grafique la proyección del sólido S en el plano XY . (1 Punto)
- Calcule el volumen del sólido S . (2 Puntos)

4. Dado el sólido S , definido mediante el conjunto.

$$S = \left\{ (x, y, z) \in \mathbb{R}^3 / \frac{x^2 + y^2}{3} \leq z^2 \leq x^2 + y^2 \wedge 0 \leq z \leq \sqrt{4 - x^2 - y^2} \right\}$$

- Grafique el sólido S . (2 Puntos)
- Grafique la proyección del sólido S en el plano YZ . (1 Punto)
- Calcule el valor de $I = \iiint_S \frac{z}{256 + (x^2 + y^2 + z^2)^4} dV$. (2 Puntos)