

UNIVERSIDAD NACIONAL DE INGENIERÍA

Facultad de Ingeniería Industrial y de Sistemas

ÁREA DE CIENCIAS BÁSICAS



CURSO	: CÁLCULO MULTIVARIABLE	CICLO	: 2024 - 2
CÓDIGO	: FB303		
DOCENTE	: L. ALVARADO, J. ECHEANDIA, O. BERMEO, H. HERRERA, D. FLORES	FECHA	: 29.11.24

CUARTA PRÁCTICA CALIFICADA

1. Dada la transformación $T : A \subset UV \rightarrow R \subset XY$ definida mediante:

$$T : \begin{cases} x = uv \\ x + y = u \end{cases}$$

donde la región R está limitada por $x + y = 1$ y los ejes coordenados X e Y .

a. Grafique la región A en el plano UV tal que $T(A) = R$.

b. Usando la transformación T , calcule la integral $\iint_R e^{\frac{x}{x+y}} dx dy$. **(5 Puntos)**

2. Sea S un sólido en el primer octante limitado por las superficies de ecuación

$$z = \sqrt{x^2 + y^2 - 1}, \quad x^2 + y^2 = 1, \quad z = 2 - \sqrt{x^2 + y^2}$$

a. Grafique el sólido S en el sistema de coordenadas XYZ .

b. Muestre el gráfico de la proyección del sólido S sobre el plano XY .

c. Calcule el valor de la integral I . **(5 Puntos)**

$$I = \iiint_S zx \, dV$$

3. Calcule el valor de la siguiente integral $I = \iiint_S \frac{128}{z(x^2 + y^2 + z^2)^2} dV$,
donde el sólido de integración S está limitado por las superficies de ecuación:
superiormente $z = 4 + \sqrt{16 - x^2 - y^2}$, inferiormente $z = 1 + \sqrt{1 - x^2 - y^2}$
y lateralmente por $x^2 + y^2 = z^2$. **(5 Puntos)**

4. Dada la siguiente suma de integrales expresadas en coordenadas cilíndricas:

$$I = \int_0^{2\pi} \int_1^{10} \int_0^{\sqrt{10z-z^2}} r^2 \cos(\theta) \, dr dz d\theta \\ + \int_0^{2\pi} \int_0^1 \int_0^{3z} r^2 \cos(\theta) \, dr dz d\theta$$

a. Grafique el sólido de integración S en el sistema coordenado XYZ .

b. Expresar la integral I en coordenadas esféricas. **(5 Puntos)**