

UNIVERSIDAD NACIONAL DE INGENIERÍA

Facultad de Ingeniería Industrial y de Sistemas
DEPARTAMENTO DE CIENCIAS BÁSICAS



CURSO	: CÁLCULO MULTIVARIABLE	CICLO	: 2025 - 3
CÓDIGO	: FB303		
DOCENTE	: L. ALVARADO, O. BERMEO	FECHA	: 27.02.26

PRÁCTICA CALIFICADA N°4

Indicaciones

- La evaluación consta de 4 preguntas y el puntaje está indicado en cada pregunta.
- Son criterios de calificación el orden, claridad, símbolos matemáticos.
- La duración de la evaluación es **110 minutos**.

Pregunta 1. Sea la integral

$$I = \iint_D e^{x^2+y^2} (x-y)^2 dA$$

donde la región D está definida por:

$$D = \{(x, y) \in \mathbb{R}^2 / (x-y)^2 + (x+y)^2 \leq 8, \quad x+y \geq 0, \quad x-y \geq 0\}$$

- Grafique la región de integración en el plano XY .
- Calcule el valor de la integral I . **(5 P)**

Pregunta 2. Dada la integral

$$I = \iiint_S (x^2 + y^2) e^{\sqrt{x^2+y^2}} z dV$$

donde el sólido de integración S está limitado por las superficies de ecuaciones:

$$z = \sqrt{x^2 + y^2}, \quad z = 6 - \sqrt{x^2 + y^2}, \quad x^2 + y^2 = 4, \quad y = x, \quad x = 0.$$

- Grafique el sólido S .
- Determine el valor de la integral I . **(5 P)**

Pregunta 3. La siguiente suma de integrales está expresada en coordenadas esféricas

$$\begin{aligned} I = & \int_0^{\pi/4} \int_0^{\pi/6} \int_0^4 F(\rho, \varphi, \theta) d\rho d\varphi d\theta \\ & + \int_0^{\pi/4} \int_{\pi/6}^{5\pi/6} \int_0^{2/\sin\varphi} F(\rho, \varphi, \theta) d\rho d\varphi d\theta \\ & + \int_0^{\pi/4} \int_{5\pi/6}^{\pi} \int_0^4 F(\rho, \varphi, \theta) d\rho d\varphi d\theta \end{aligned}$$

donde $F(\rho, \varphi, \theta) = \rho^4 \sin^3 \varphi \sin \theta$

- Bosqueje el sólido de integración de la integral I en sistema coordenado XYZ .

- b) Exprese I como una sola integral en coordenadas cilíndricas y halle su valor.
(6 P)

Pregunta 4. Dada la curva $C = C_1 \cup C_2$ tales que $C_1 = \{(x, y) \in \mathbb{R}^2 / y = x, 1 \leq x \leq 2\}$ y $C_2 = \{(x, y) \in \mathbb{R}^2 / (x - 2)^2 + (y - 1)^2 = 1, x \geq 2\}$ de manera que C une el punto $A(1, 1)$ hasta el punto $B(2, 0)$, y el campo vectorial:

$$F(x, y) = (2xy^2 \cos x - x^2y^2 \operatorname{sen} x - e^x y^2, 2x^2y \cos x - 2ye^x)$$

- a) Grafique la curva C
b) Calcule la integral de línea (4 P)