



**UNIVERSIDAD NACIONAL DE INGENIERIA**  
Facultad de Ingeniería Industrial y de Sistemas  
**DEPARTAMENTO DE CIENCIAS BÁSICAS**

CURSO	: MATEMATICA DISCRETA	CICLO	: 2025 - II
CODIGO	: FB301		
DOCENTE	: J. BENITES, P. TOCTO , A. BONIFACIO	FECHA	: 06/10/2025

**PRACTICA CALIFICADA N°2**

1. Sea  $A = \mathbb{Z}$  y sea  $f: \mathbb{Z} \rightarrow \mathbb{Z}$  la función definida por  $f(n) = n^2 - 3n$ . (4P)  
Se define una relación  $R \subseteq \mathbb{Z} \times \mathbb{Z}$  mediante:  $aRb \Leftrightarrow f(a) \equiv f(b) \pmod{8}$ .
- Demuestre que  $R$  es una relación de equivalencia en  $\mathbb{Z}$  y determine explícitamente todas las clases de equivalencia distintas.
  - Defina una relación  $S \subseteq \mathbb{Z} \times \mathbb{Z}$  como:  
 $aSb \Leftrightarrow a$  y  $b$  pertenecen a la misma clase de equivalencia de  $R$ . Compare  $R$  y  $S$ . ¿Son la misma relación? Justifique su respuesta.
  - Considere que  $A' = \{0,1,2, \dots, 15\}$ . Construya el conjunto cociente  $A'/R$  y determine su cardinalidad.
  - En general, dada cualquier relación  $R$  de equivalencia sobre un conjunto no vacío  $A$ , se define una nueva relación  $R^*$  en  $A$  mediante  $R$ . ¿Es siempre  $R^*$  una relación de equivalencia? Justifique su respuesta.

2. En un sistema de control de acceso basado en roles (RBAC) de una empresa, los permisos se asignan según niveles jerárquicos de autorización. Cada rol tiene ciertos privilegios, y si un rol  $A$  hereda los permisos de un rol  $B$ , decimos que  $A \leq B$  (es decir,  $B$  tiene más o iguales privilegios que  $A$ ). Se considera el conjunto de roles: (4P)

$P = \{\text{Invitado, Asistente, Técnico, Ingeniero, Supervisor, Administrador}\}$

Y se define la relación  $\leq$  en  $P$  como:

$R1 \leq R2$  si y solo si todos los permisos de  $R1$  están incluidos en los de  $R2$ .

Suponga que la estructura de herencia de permisos es la siguiente:

- Invitado no hereda de nadie (mínimo privilegio).
- Asistente y Técnico heredan únicamente de Invitado.
- Ingeniero hereda de Técnico.
- Supervisor hereda de Asistente.
- Administrador hereda de Ingeniero y Supervisor.

- Verifique que la relación  $\leq$  es una relación de orden parcial en  $P$ .
- Dibuje el diagrama de Hasse correspondiente a  $(P, \leq)$ .
- Identifique: Los elementos mínimos y máximos. Los elementos maximales y minimales. Las cotas superiores e inferiores del subconjunto  $S = \{\text{Asistente, Técnico}\}$ . El ínfimo y supremo de  $S$ , si existen.
- Suponga que se desea minimizar el número de asignaciones manuales de permisos. ¿Cuántos roles deben definirse explícitamente si se aprovecha la herencia (es decir, si solo se asignan permisos a los elementos maximales y el resto los hereda)? Justifique su respuesta.

3. Demostrar que  $m$  líneas rectas dividen al plano en a lo más  $2^m$  regiones.  
Sugerencia: use inducción matemática. (3P)

4.- Sea  $D(40)$  el conjunto de los divisores naturales de 40, en dicho conjunto e define la relación:  $aRb$  si y solo si  $a$  divide a  $b$ , se pide lo siguiente. (4P)

a) Mostrar que  $R$  es de orden parcial

b) Para  $A \subset D(40)$  hallar si existen: máximo, mínimo, cotas superiores, cotas inferiores, supremo e ínfimo.

$$A = \{4, 8, 10\}$$

5.- La Tabla 1, tiene dos indicadores por jugador de la Champion 2024: (5P)

Número	Jugador	Goles por Partido	Pérdidas de Balón por Partido
1	Phil Foden	0.6	1.9
2	Rodrygo	0.67	2.4
3	Vinicius Jr	0.64	3.7
4	Erling Haaland	0.88	1.6
5	Rasmus Højlund	0.57	1.3
6	Julián Álvarez	0.57	1.5
7	Galeno	0.6	2.8
8	Harry Kane	1	1.8
9	Antoine Griezmann	0.75	2.1
10	Kylian Mbappé	0.89	2.9

a) Definir una relación  $R$  de orden parcial, que considere las dos características de cada jugador, para ordenar a los jugadores de abajo(peor jugador) hacia arriba(mejor jugador), probar que  $R$  es de orden parcial.  
b) Dibujar el diagrama de Hasse considerando el número asignado al jugador como el nodo. Determinar si existen: máximo, mínimo, maximales, minimales.  
Si  $B = \{\text{Haaland, Galeno}\}$ , hallar si existen supremo e ínfimo.

Los profesores.  
06-10-2025