

UNI – FIIS - Ciclo 2023-2

PC2 – FB301 UVWX

Apellidos y nombres:.....

1.- Se define sobre los números enteros las siguientes relaciones binarias: Dados $a, b \in \mathbb{Z}$

- $aR_1b \leftrightarrow \exists k \in \mathbb{Z}$ tal que $a^k = b$.
- $aR_2b \leftrightarrow \exists k \in \mathbb{Z}$ tal que $\frac{a}{b} = k$.

Determine si la relación R_1 y R_2 es reflexiva, simétrica, antisimétrica y transitiva. Justifique su respuesta. 3P

2.- Para el conjunto $A = \{1,2,3,4,5,6,7,8\}$. Se define la relación sobre el conjunto potencia $\mathcal{P}(A)$. 4P

Dados $X, Y \in \mathcal{P}(A)$, $X \mathcal{R} Y$ si y solo si $X \cap \{1,2,3\} \subset Y \cap \{1,2,3\}$.

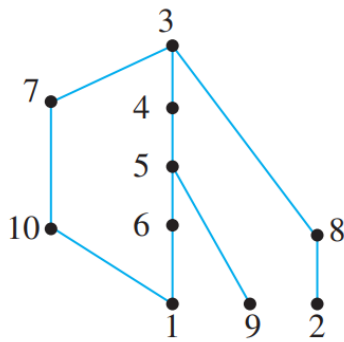
Determine si la relación \mathcal{R} es reflexiva, simétrica, antisimétrica o transitiva. Justifique su respuesta.

3.- Problema 1.- Dada la siguiente relación de futbolistas, la federación europea desea formar grupos para premiarlos.

- a) ¿Proponer qué tipo de relación (Equivalencia/Orden Parcial) se podría definir en función de los goles y asistencias, para que la federación europea pueda realizar la premiación? Justificar la respuesta. 1P.
- b) De acuerdo con el tipo definido en a), Probar que sea el tipo de relación indicado. 2P.
- c) Hallar el diagrama de Hasse, o las clases de equivalencia y el conjunto cociente, según corresponda. 2P.

Jugador	Equipo	Goles	Asist.	Total
Jamie Vardy	Leicester	22	11	33
Riyad Mahrez	Leicester	16	12	28
Harry Kane	Tottenham	24	3	27
Sergio Aguero	Manchester City	21	3	24
Romelu Lukaku	Everton	18	6	24
Mesut Ozil	Arsenal	6	18	24
Odion Ighalo	Watford	15	5	20
Dele Alli	Tottenham	10	10	20
Christian Eriksen	Tottenham	6	12	18
Dimitri Payet	West Ham	9	8	17
Olivier Giroud	Arsenal	12	4	16
Diego Costa	Chelsea	11	5	16
Graziano Pelle	Southampton	10	6	16

4.- Un conjunto de trabajos S se pueden ordenar y escribir $x \leq y$ que significa que ya sea $x=y$ o x debe estar hecho antes de y , para todos x y y en S . El siguiente es un diagrama de Hasse para esta relación para un conjunto de trabajos dado S . 4P



a) Si una persona realiza todos los trabajos, uno después de otro determine un orden en el que se deben realizar los trabajos.

b) Suponga que hay bastantes personas disponibles para realizar cualquier número de trabajos simultáneamente.

i) Si cada trabajo requiere un día para realizarse, ¿cuál es el menor número de días necesarios para realizar todos los trabajos?

ii) ¿Cuál es el número máximo de trabajos que se pueden realizar al mismo tiempo?

5.- Demostrar por Inducción matemática

4P

a) Para todo entero $n \geq 1$

$$\sum_{i=1}^n i(i!) = (n+1)! - 1$$

b) Para todo entero $n \geq 1$

$$1^2 + 2^2 + \dots + n^2 = \frac{n(n+1)(2n+1)}{6}$$

09-10-2023