



UNIVERSIDAD NACIONAL DE INGENIERIA

Facultad de Ingeniería Industrial y de Sistemas
DEPARTAMENTO DE CIENCIAS BÁSICAS

CURSO	:	MATEMÁTICA DISCRETA	CICLO	:	2024-I
CODIGO	:	FB - 301			
DOCENTE	:	J. BENITES,, P. TOCTO, M.CUTIPA	FECHA	:	01.07.24

EXAMEN FINAL

1.- Sea "T" un árbol binario completo de "N" vértices y "L" hojas. Demostrar que se satisface la relación: $N=2L-1$. *Total*

2.- Se ha diseñado una máquina de estado finito que modela una máquina expendedora de café, que acepta monedas de 1 sol y 2 soles. Las bebidas tienen un precio estándar de 2 soles. La máquina acepta monedas hasta que se introducen 2 soles y devuelve cualquier cantidad que supere los 2 soles. Entonces, el cliente puede pulsar y elegir entre tres tipos de bebidas: cappuccino (C), expreso (E) o americano (A). Suponga que la máquina inicialmente se encuentra en un estado de reposo y después de entregada la bebida regresa a su estado inicial.

Determine:

- Los conjuntos de entrada, salida y de estados que tiene la máquina expendedora.
- La tabla de estados, así como el diagrama de estados de la máquina.

3.- Sea el grafo G, formado por el conjunto de vértices V y el conjunto de arcos E diferente de vacío. Sea ϕ una función biyectiva de V a V, con la siguiente propiedad P: Para cualquier par de vértices $u, v \in V$, $\{u, v\} \in E$ si y sólo si $\{\phi(u), \phi(v)\} \in E$.

Sea $H = \{f/f \text{ es una función biyectiva de } V \text{ a } V, \text{ que cumple la propiedad } P\}$

Verificar si H con la operación de composición de funciones:

- Es Cerrado
- Es un Monoide
- Es Semigrupo
- Es Grupo

4.- Como parte del sistema de monitorización funcional de un avión, se requiere un circuito para indicar el estado del tren de aterrizaje antes de tomar tierra. Se enciende un LED verde si los tres mecanismos de aterrizaje están correctamente extendidos cuando el interruptor para "bajar el tren de aterrizaje" se ha activado. Un LED rojo se enciende si cualquiera de los mecanismos falla al extenderse antes de aterrizar. Cuando uno de los mecanismos se extiende, el sensor correspondiente genera una tensión a nivel BAJO. Cuando uno de los mecanismos del tren de aterrizaje se retrae, su sensor genera una tensión a nivel ALTO. Implementar un circuito digital mínimo con puertas lógicas NAND que cumpla estos requisitos.

5.-a) Sea H la matriz de verificación de paridad. Determinar la función de grupo de código

$e_H: B^3 \rightarrow B^6$

$$H = \begin{pmatrix} 1 & 0 & 0 \\ 0 & 1 & 1 \\ 1 & 1 & 1 \\ 1 & 0 & 0 \\ 0 & 1 & 0 \\ 0 & 0 & 1 \end{pmatrix}$$

b) Si G es un grupo, demuestre que $\forall a, b \in G$

$$(a b)^{-1} = b^{-1} a^{-1}$$