



UNIVERSIDAD NACIONAL DE INGENIERIA

Facultad de Ingeniería Industrial y de Sistemas

DEPARTAMENTO DE CIENCIAS BÁSICAS

CURSO	:	ALGEBRA LINEAL	CICLO	:	2024 - II
CODIGO	:	BMA-03			
DOCENTE	:	L. KALA, A. HUAMAN, J. CERNADES, J. FUENTES, N. SINCHE	FECHA	:	19.12.24

EXAMEN SUSTITUTORIO

1. $\{\vec{a}, \vec{b}, \vec{c}, \vec{d}\} \subset V_3$

- Si $\vec{a} \times \vec{c} = \vec{b} \times \vec{d}$, $\vec{a} \times \vec{b} = \vec{c} \times \vec{d}$, qué se puede afirmar acerca de $\vec{a} - \vec{d}$ y $\vec{b} - \vec{c}$
- Si $(\vec{a} \times \vec{b}) \times (\vec{a} \times \vec{c}) = \vec{a}$. Determinar $[(\vec{a} + \vec{b})(\vec{b} + \vec{c})(\vec{c} + \vec{a})]$
- Si $\vec{a}, \vec{b}$ y $\vec{c}$ son vectores no coplanares que tienen un punto en común. Determinar el vector normal al plano que pasa por los extremos de estos vectores.
- Simplificar $\vec{a} \times (\vec{b} \times \vec{c}) + \vec{b} \times (\vec{c} \times \vec{a}) + \vec{c} \times (\vec{a} \times \vec{b})$.

2. Dada la matriz $A = \begin{pmatrix} a-2c & -a & a \\ b & -3 & b \\ b & -c & 2c \end{pmatrix}$ donde la ecuación característica de A es

$$-\lambda^3 + k\lambda^2 + l\lambda - 10 = 0 \text{ y los cofactores de A satisfacen } A_{13} = -4A_{11} = 8.$$

- Encontrar los valores y vectores propios de A.
- Calcular A^{-20} .

3. Sea $T: P_2 \rightarrow M_{22}$ una TL y sea $B = \{p_1, p_2, p_3\}$ una base de P_2 , donde:

$$p_1(x) = 1 + x - 2x^2, \quad p_2(x) = x + 3x^2, \quad p_3(x) = 1 + 2x + 2x^2$$

$$\text{si } T(p_1) = \begin{pmatrix} 1 & -1 \\ 0 & 1 \end{pmatrix}, \quad T(p_2) = \begin{pmatrix} 2 & 1 \\ -1 & 0 \end{pmatrix}, \quad T(p_3) = \begin{pmatrix} 2 & 0 \\ -1 & -1 \end{pmatrix}$$

- Determinar $T(p(x))$ si $p(x) = a + bx + cx^2$
- Encontrar una base para el espacio núcleo de T.
- Encontrar una base para el espacio imagen de T.
- Indicar el rango y la nulidad de T.

4. Sea $T: M_{22} \rightarrow P_2$ una transformación lineal definida por

$$T\begin{pmatrix} a & b \\ c & d \end{pmatrix} = (a+b-c) + (2a+3d)x + (c-2b)x^2 \text{ y sean } B_1 = \{M_1, M_2, M_3, M_4\} \text{ y}$$

$B_2 = \{p_1, p_2, p_3\}$ bases de M_{22} y P_2 respectivamente donde:

$$M_1 = \begin{pmatrix} 1 & 0 \\ 1 & -1 \end{pmatrix}, \quad M_2 = \begin{pmatrix} -1 & 1 \\ -1 & 1 \end{pmatrix}, \quad M_3 = \begin{pmatrix} 2 & -1 \\ 3 & 1 \end{pmatrix}, \quad M_4 = \begin{pmatrix} 0 & 1 \\ 0 & -1 \end{pmatrix}$$

$$p_1(x) = 1, \quad p_2(x) = 1+x, \quad p_3(x) = 1+x+x^2$$

- a) Encontrar la matriz de T con respecto a las bases dadas.

- b) Usando la matriz obtenida en la parte (a). Calcular $T(M)$ si $M = \begin{pmatrix} 2 & -5 \\ 3 & 4 \end{pmatrix}$.