



UNIVERSIDAD NACIONAL DE INGENIERÍA  
Faculta de Ingeniería Industrial y de Sistemas  
DEPARTAMENTO DE CIENCIAS BÁSICAS

|         |   |                         |       |   |            |
|---------|---|-------------------------|-------|---|------------|
| CURSO   | : | ÁLGEBRA LINEAL          | CICLO | : | 2023-3     |
| CÓDIGO  | : | BMA-03                  |       |   |            |
| DOCENTE | : | Cernades G., Fuentes J. | FECHA | : | 30-01-2024 |

EXAMEN PARCIAL  
Tiempo de duración: 120 minutos

1. (a) Sea  $ABC$  un triángulo (en sentido horario) cuya área mide  $6 u^2$ . Calcular la norma del vector  $\vec{AB} \times \vec{BC} + \vec{BC} \times \vec{CA} + \vec{CA} \times \vec{AB}$ . (2.0 pts)

(b) Sea la  $n$ -upla  $(x_1, x_2, \dots, x_n) \in \mathbb{R}^n$  y sea la matriz  $A = \begin{pmatrix} 1 & x_1 \\ 1 & x_2 \\ \vdots & \vdots \\ 1 & x_n \end{pmatrix}$ .

• Demuestre que  $A^t A$  es una matriz simétrica. (1.0 pto)

• Halle  $A^t A$ . (1.0 pto)

• Demuestre que si  $A^t A$  es una matriz singular, entonces  $\|x\| = \frac{1}{\sqrt{n}} \left| \sum_{i=1}^n x_i \right|$ . (1.0 pto)

2. Si  $A$  y  $B$  son dos matrices cuadradas no singulares de orden  $n$  tales que  $(AB)^i = A^i B^i$ , para cada  $i \in \{k-1, k, k+1\}$ . Demuestre que  $A$  y  $B$  conmutan. (5.0 pts)

3. Aplicando el método de la relación recurrente, calcule la siguiente determinante (5.0 pts)

$$\begin{vmatrix} a_1 b_1 & a_1 b_2 & a_1 b_3 & \cdots & a_1 b_n \\ a_1 b_2 & a_2 b_2 & a_2 b_3 & \cdots & a_2 b_n \\ a_1 b_3 & a_2 b_3 & a_3 b_3 & \cdots & a_3 b_n \\ \vdots & \vdots & \vdots & \ddots & \vdots \\ a_1 b_n & a_2 b_n & a_3 b_n & \cdots & a_n b_n \end{vmatrix}$$

4. Si  $A = \begin{pmatrix} x & -1 & 0 & 0 \\ -3 & x & -2 & 0 \\ 0 & -2 & x & -3 \\ 0 & 0 & -1 & x \end{pmatrix}$  y  $B = \begin{pmatrix} 1 & 2b & b^2 & 0 \\ 0 & 1 & 2b & b^2 \\ 1 & b & b^2 & 0 \\ 0 & 1 & b & b^2 \end{pmatrix}$ , donde  $b \neq 0$ . Determine los valores de  $x$  y  $b$  de manera que  $r(AB)$  toma su máximo y mínimo valor. (5.0 pts)