UNIVERSIDAD NACIONAL DE INGENIERIA
Facultad de Ingeniería Industrial y de Sistemas
DEPARTAMENTO DE CIENCIAS BÁSICAS

CURSO	:	ALGEBRA LINEAL	CICLO	:	2025 - I
CODIGO	:	BMA-03			
DOCENTE	:	L. KALA, A. HUAMAN, J. CERNADES, N. SINCHE	FECHA	:	03/07/25

EXAMEN FINAL

1. Dado el tetraedro OABC, los vectores $\overline{a}=(1,2,1)$, $\overline{b}=(2,1,2)$ y $\overline{c}=(2,1,1)$ están asociados a las aristas $\overrightarrow{OA}$, $\overrightarrow{OB}$ y $\overrightarrow{OC}$ respectivamente. $\overrightarrow{OA'}$, $\overrightarrow{OB'}$ y $\overrightarrow{OC'}$ son las proyecciones ortogonales de $\overline{a},\overline{b}$ y $\overline{c}$ sobre los planos OBC, OAC y OAB respectivamente. En qué razón se encuentran los volúmenes de los tetraedros OABC y $OA'B'C'$.

2. Indicar el valor de verdad V ó F de las proposiciones (a) y (b) , justificar la respuesta.

a) Sea $A \in M_{22}$ y $T: M_{22} \to M_{22}$ una aplicación tal que $T(X) = AX^T + XA^T$, luego T no es una TL.

b) Sea $T: V \to V$ un operador lineal, si el conjunto $\{T(\overline{v}_1), T(\overline{v}_2), \ldots, T(\overline{v}_n)\}$ es L.I entonces $\{\overline{v}_1, \overline{v}_2, ..\overline{v}_n\}$ es L.I.

c) Sea $T: R^2 \to R^2$ definida por $T\begin{pmatrix} x \\ y \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} x' \\ y' \end{pmatrix}$

donde $\begin{cases} i) \text{ el segmento que une } P = \begin{pmatrix} x \\ y \end{pmatrix} \text{ y } Q = \begin{pmatrix} x' \\ y' \end{pmatrix} \text{ es horizontal} \\ ii) \text{ el punto medio de } \overline{PQ} \text{ esta sobre la recta } y = x \end{cases}$

Determinar una fórmula para T y Calcular $T\begin{pmatrix} 2 \\ -5 \end{pmatrix}$

Escaneado con CamScanner

3. Sea $T: R^3 \to R^3$ un operador lineal tal que $T\begin{pmatrix} x \\ y \\ z \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} x-y \\ y-z \\ z-x \end{pmatrix}$ y sean $B = \{\bar{u}_1, \bar{u}_2, \bar{u}_3\}$ y

$B' = \{\bar{v}_1, \bar{v}_2, \bar{v}_3\}$ bases de R^3 donde $\bar{u}_1 = (1,0,-1)^T$, $\bar{u}_2 = (-1,1,1)^T$, $\bar{u}_3 = (2,1,-1)^T$ y

sea $P = \begin{pmatrix} -3 & -2 & 14 \\ -2 & 0 & 7 \\ 1 & 1 & -5 \end{pmatrix}$ matriz de transición de la base B' a la base B.

a) Encontrar la matriz de T con respecto a la base B.

b) Usando la matriz P, determinar la matriz de T en la base B'.

c) Si $\bar{u} = (2,-1,3)$ y $(\bar{v})_{B'} = (1,-3,0)$. Calcular $(\bar{u})_{B'}$ y $\bar{v}$.

4. Sea $T: R^3 \to R^3$ una T.L definida por $T = \begin{pmatrix} x \\ y \\ z \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} x-3y+3z \\ 3x-5y+3z \\ 6x-6y+4z \end{pmatrix}$ y sea

$B = \{\bar{u}_1, \bar{u}_2, \bar{u}_3\}$ una base de R^3 donde $\bar{u}_1 = (1,-1,0)^T$, $\bar{u}_2 = (0,1,-1)^T$, $\bar{u}_3 = (-1,0,2)^T$

a) Encontrar la matriz de T con respecto a la base B.

b) Determinar los valores y vectores propios de T.

c) Encontrar una nueva base de modo que la matriz de T sea diagonal.

Cristina

Escaneado con CamScanner